



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale
2007-2013



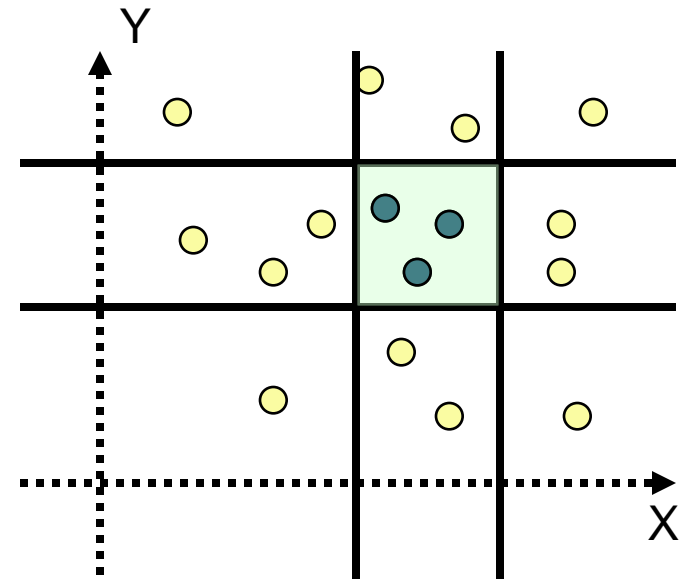
Platformă de e-learning și curriculum e-content pentru învățământul superior tehnic

Geometrie computacionala

21. Cautari in spatii ortogonale: Tehnici de decompozitie spatia

Cautari in spatii ortogonale

Problema: Fiind data o multime de n puncte in \mathcal{R}^d , efectuati o preprocesare a lor astfel incat raportarea si numararea a k puncte inauntrul unui spatiu de incadrare d -dimensional si paralel cu axele sa fie eficient.



Exemplu: Raportati toate orasele ce se afla la o distanta mai mica de 20 km fata de orasul X .

Tehnici de decompozitie spatiala

- Diferite abordari pentru diferite tipuri de date, cu diferite avantaje si dezavantaje.
- Tipuri de decompozitie spatiala
 - **Griduri:** uniforma, decompozitie ne-ierarhica
 - **Arbori patratici (quad trees):** uniforma, decompozitie ierarhica
 - **Range trees si kd-trees:** neuniforma, ierarhica
- Parametri de eficienta:

▫ Timp de preprocesare	$f(n)$	$\Omega(n)$
▫ Spatiu de preprocesare	$f(n)$	$\Omega(n)$
▫ Timp mediu de interogare	$f(n,k)$	
▫ Timp interogare in cel mai nefavorabil caz	$f(n,k)$	
▫ Actualizare dinamica (inserari/stergeri)	$f(n)$	

Griduri: uniforme, ne-ierarhice

Metoda:

- Se pastreaza punctele intr-un vector uniform $[1:n] \times [1:n]$
- Raspunsul la o interogare vine prin raportarea punctelor in sub-vectorul

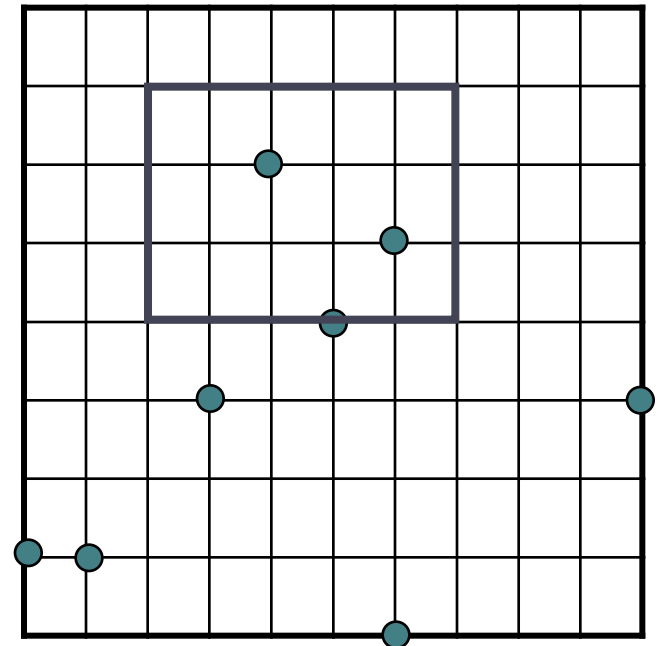
$$R = [i:j] \times [k:l]$$

Complexitate:

- Preprocesare in $O(n)$ timp si $O(n^2)$ spatiu.
- Timp de interogare $O(|R|)$.
- Actualizarea punctelor pe grid in $O(1)$

Alternative:

- Matrici rare, hashing

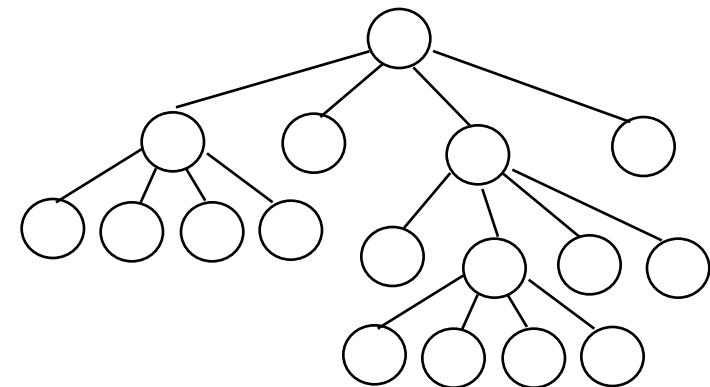
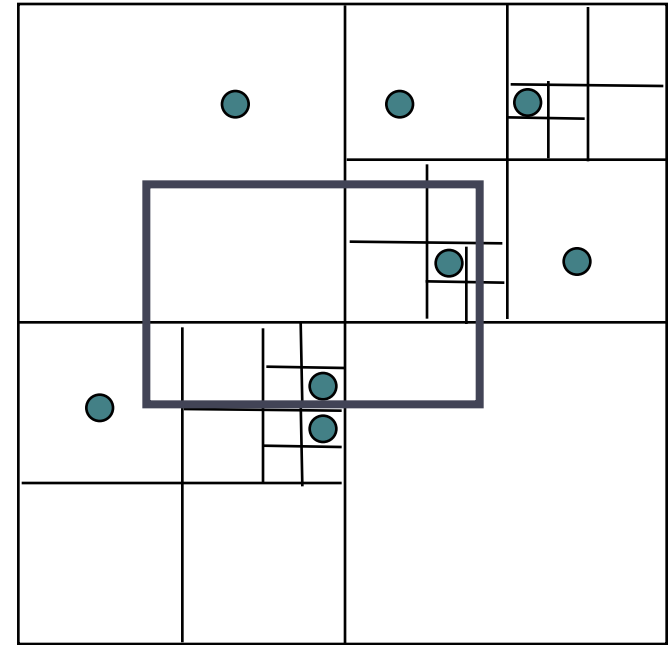


Arbori patratici: uniformi, ierarhici

Metoda:

- Se partitioneaza recursiv spatiul in cate 4 cadrane pana cand cadranele-frunza contin un singur punct sau nici unul.
- Raspunsul la o interogare se face prin intersectarea recursiva a dreptunghiului R cu cadranele si raportand rezultatele in functie de intersectie.

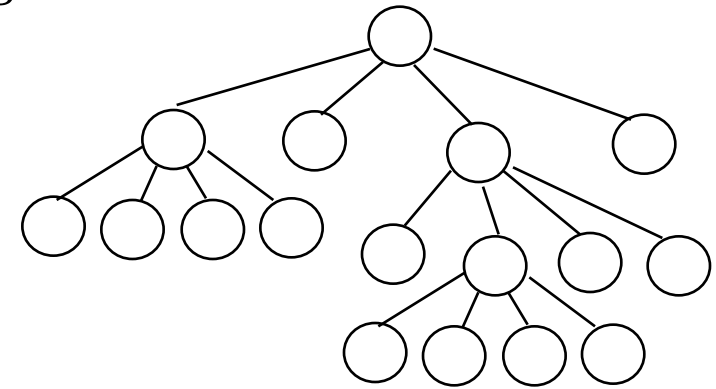
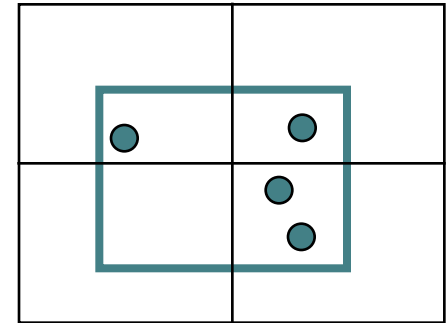
Complexitate: depinde de natura setului de date, nu doar de numarul de puncte!



Arbori patratici: constuctie

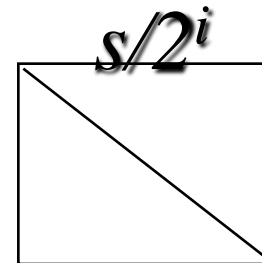
Metoda:

- Se incepe cu cel mai mic dreptunghi ce contine toate punctele.
- Se clasifica recursiv setul de puncte in 4 cadrane.
- Ne oprim cand cadranele raman cu un singur punct sau cu nici unul.



Inaltimea h a arborelui este legata de marimea dreptunghiului initial s si de cea mai mica distanta c dintre doua puncte: $h = \log (s/c) + 3/2$.

Un arbore patratic cu n puncte si inaltimea h are $O(h+1)n$ noduri ce pot fi construite in timpul $O(h+1)n$.

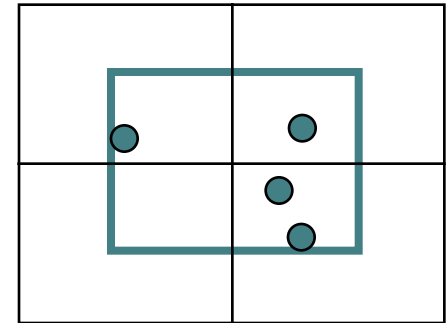


Arbori patratici: interogari

Metoda:

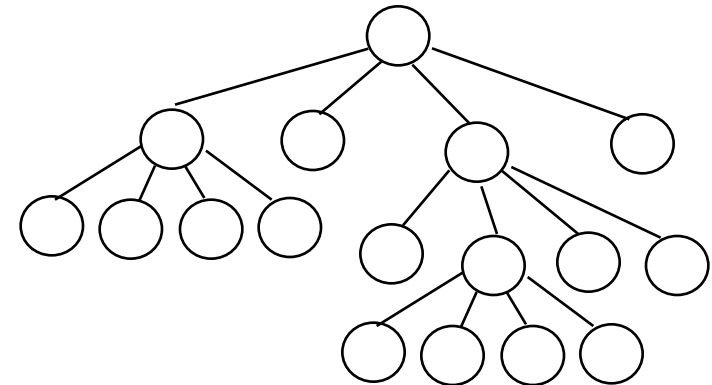
La fiecare nivel se verifica cum dreptunghiul de interogare R intersecteaza fiecare cadran:

- Daca nu intersecteaza, se opreste.
- Daca este inclus, se raporteaza toate punctele dedesubt.
- In caz contrar, se verifica recursiv fiecare cadran.



Complexitate:

- Testele dureaza $O(1)$ la fiecare nivel.
- *Cel mai nefavorabil caz:* este necesara coborarea pana la cel mai jos nivel si testarea a toate 4 cadranele:
 $O(4^{(h+1)})$.



Descompuneri ierarhice, neuniforme

Range tree

- Se construiește un arbore binar de căutare pentru coordonata x , și se asociază *fiecarui nod* din arbore un arbore binar de căutare pentru coordonata y .
- *Complexitate*: $O(n \log n)$ pentru construirea și stocarea arborilor, $O(\log^2 n + k)$ pentru a raporta k puncte.

kd-tree

- Se construiește un arbore binar de căutare prin împărțirea recursivă a punctelor de-a lungul liniei mediene pe coordonatele x și y .
- *Complexitate*: $O(n \log n)$ pentru construire, $O(n)$ pentru stocarea arborelui, $O(\sqrt{n} + k)$ pentru a raporta k puncte.