



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale
2007-2013



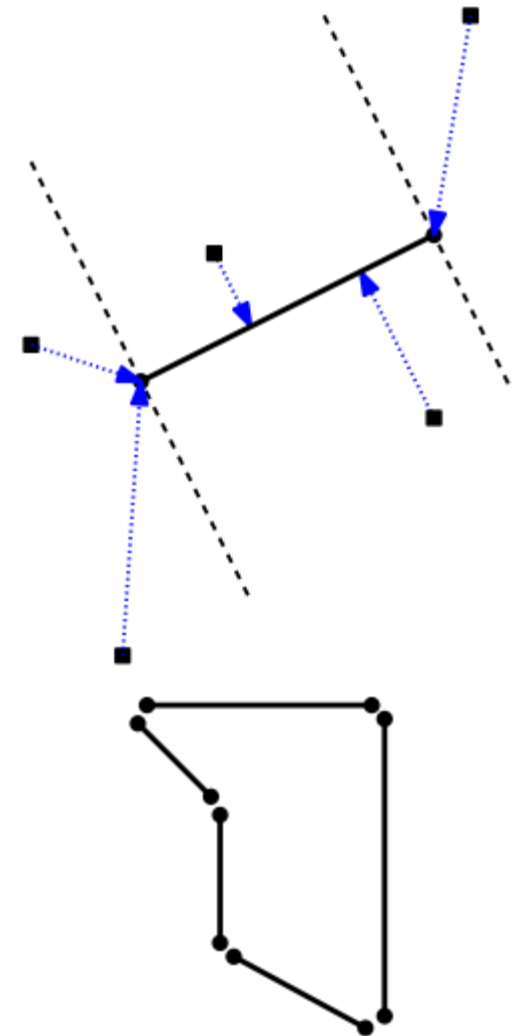
Platformă de e-learning și curriculum e-content pentru învățământul superior tehnic

Geometrie computacionala

18. Extensii ale diagramei Voronoi: Diagrame Voronoi pentru segmente

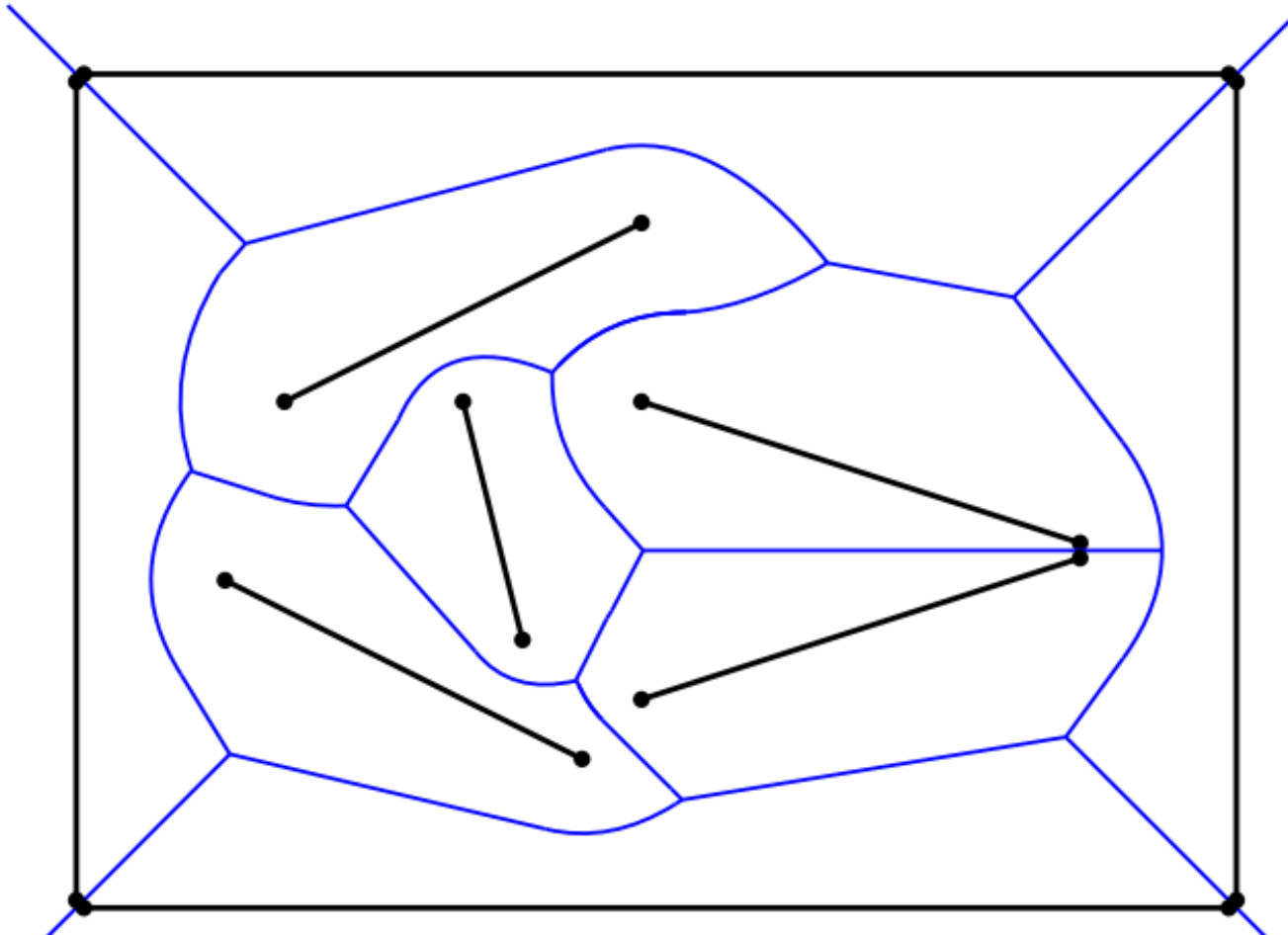
Diagrame Voronoi pentru segmente (1)

- Pentru cazurile in care siturile nu sunt punctiforme, trebuie sa decidem catre care punct al sitului se masoara distantele
 - Cand siturile sunt segmente in plan, punctul de referinta din site va fi cel mai apropiat de cel de la care se masoara distanta catre segment
- Pentru constructia diagramei Voronoi pentru segmente se presupune ca acestea sunt complet disjuncte
 - Daca segmentele sunt inlantuite, pot fi “scurtate” infinitezimal astfel incat sa nu se atinga



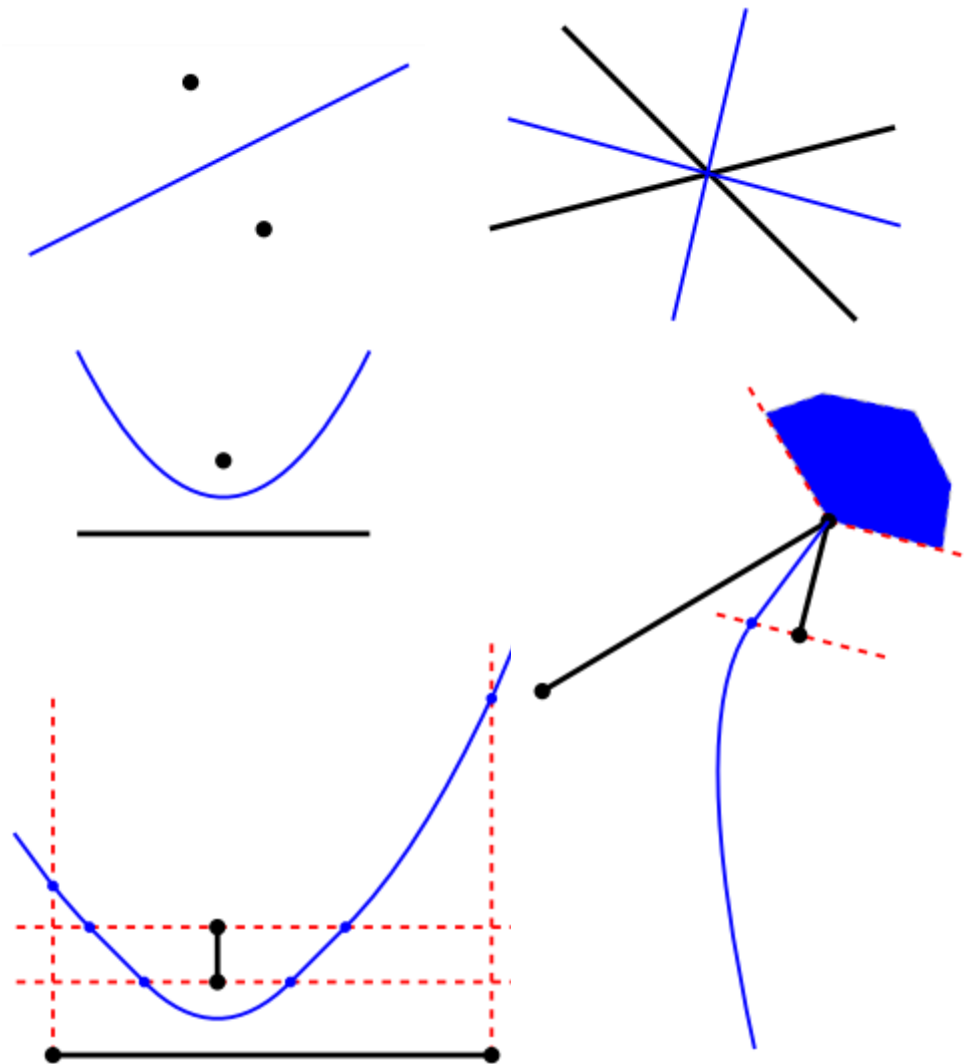
Diagrame Voronoi pentru segmente (2)

- Exemplu



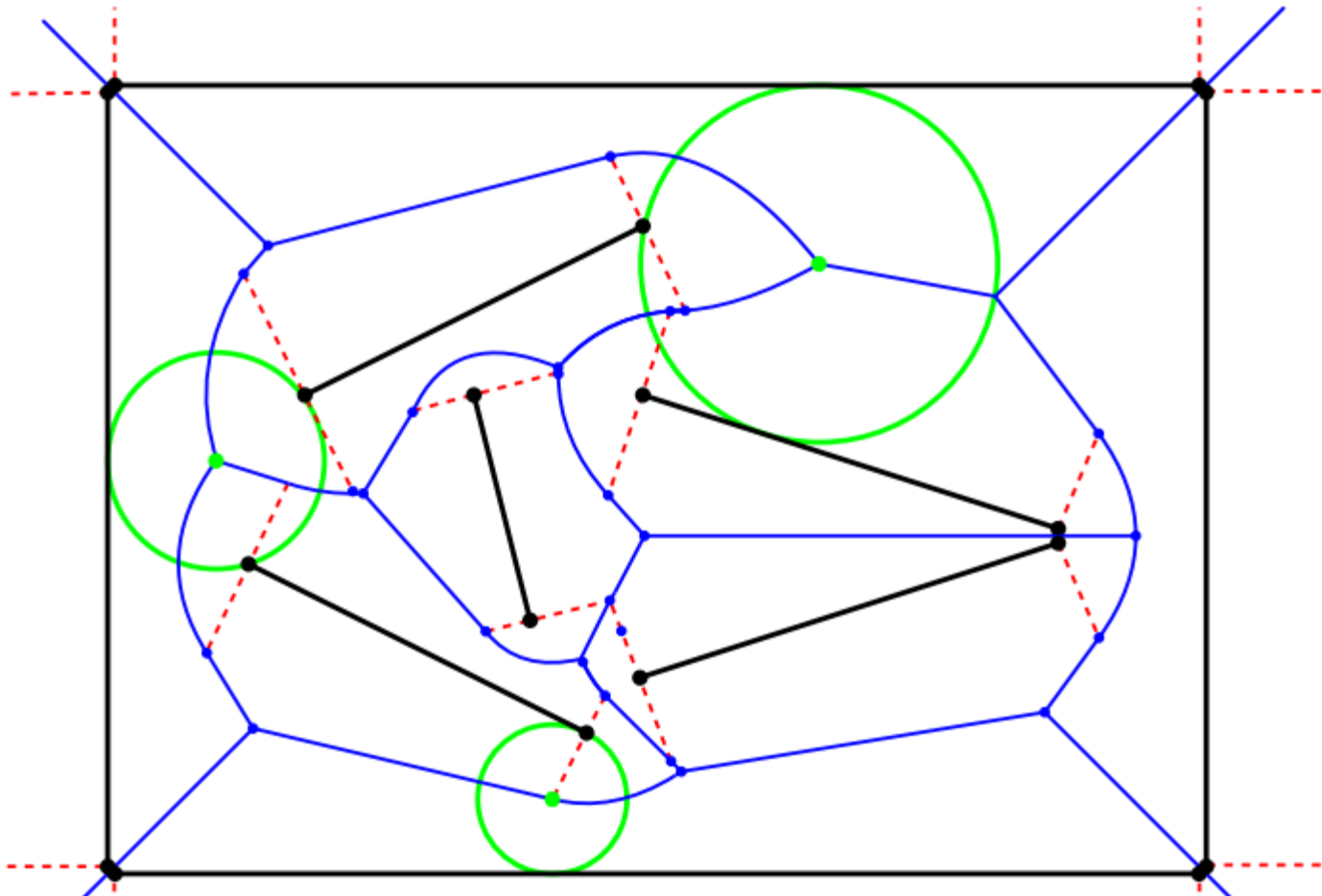
Diagrame Voronoi pentru segmente (3)

- Punctele la egala distanta de doua puncte date se afla pe o dreapta
- Punctele la egala distanta de doua drepte date se afla pe o dreapta (doua drepte)
- Punctele la egala distanta de un punct si o dreapta date se afla pe o parabola
- Bisectoarea a doua segmente poate fi formata din maxim 7 arce
- Bisectoarea a doua segmente cu un capat comun poate avea *arie*



Diagrame Voronoi pentru segmente (4)

- Cercuri goale

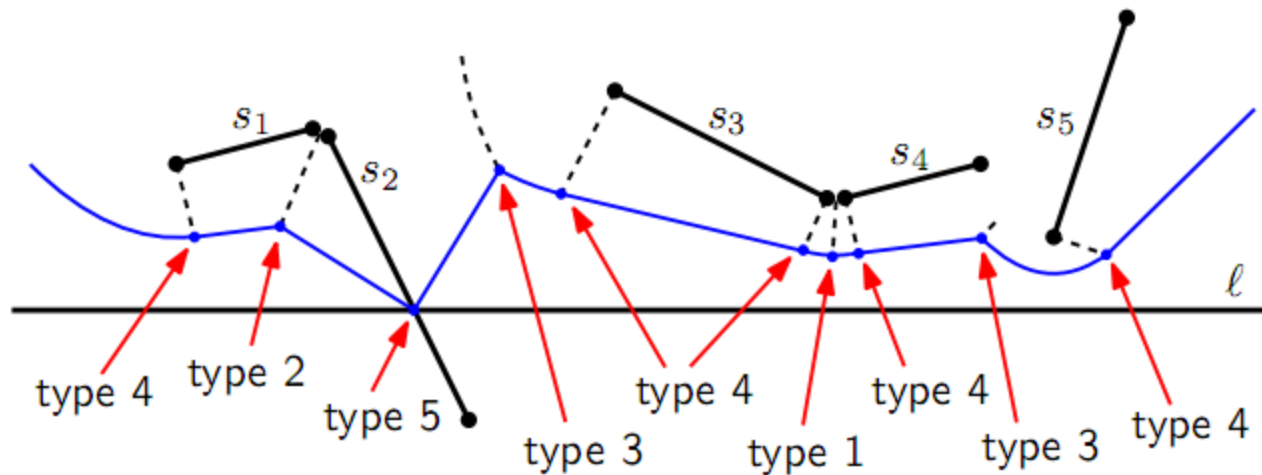


Diagrame Voronoi pentru segmente (5)

- Varfurile diagramei Voronoi sunt centrele unor cercuri *goale* (care nu contin puncte din situri) care:
 - Ating capetele a 3 segmente diferite (varf de grad 3)
 - Ating doua segmente, dintre care unul are capatul pe cerc iar celalalt este tangent la cerc (varf de grad 2)
- La un varf de grad 2, o muchie Voronoi incidenta este dreapta, iar alta este un arc parabolic
- Diagrama Voronoi pentru un set de segmente poate fi construita folosind un algoritm de tip *Line Sweep* (ca in cazul siturilor punctiforme)

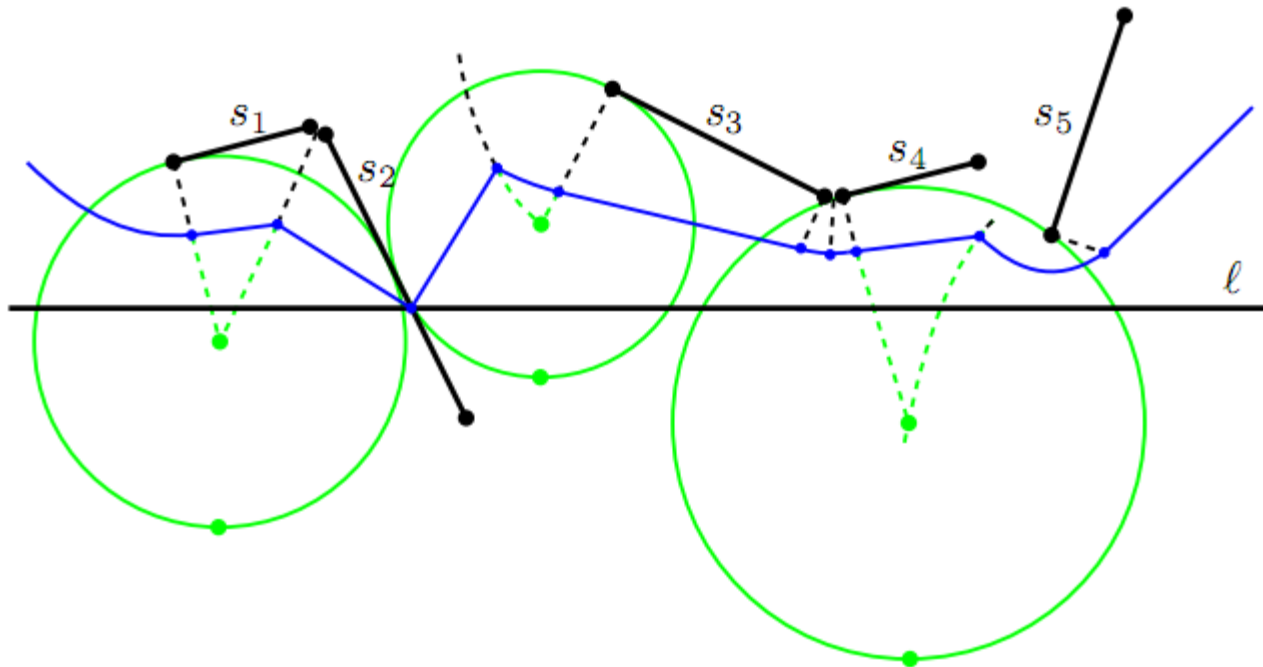
Diagrame Voronoi pentru segmente (6)

- Punctele de rupere (*break points*) ale liniei de front (*beach line*) pot trasa:
 - Arcuri parabolice la egala distanta de doua situri segment
 - Segmente perpendiculare pe un altul incepand cu unul din capetele sale
 - Interioare de segmente
- Punctele de rupere se clasifica in 5 tipuri [..]



Diagrame Voronoi pentru segmente (7)

- Exista *evenimente de tip site* si *evenimente de tip cerc*
 - cele de tip cerc sunt de mai multe feluri, conform clasificarii punctelor de rupere
- Fiecare eveniment poate fi tratat in $O(\log n)$, numarul de evenimente este tot $O(n)$



Diagrame Voronoi pentru segmente (8)

Teorema:

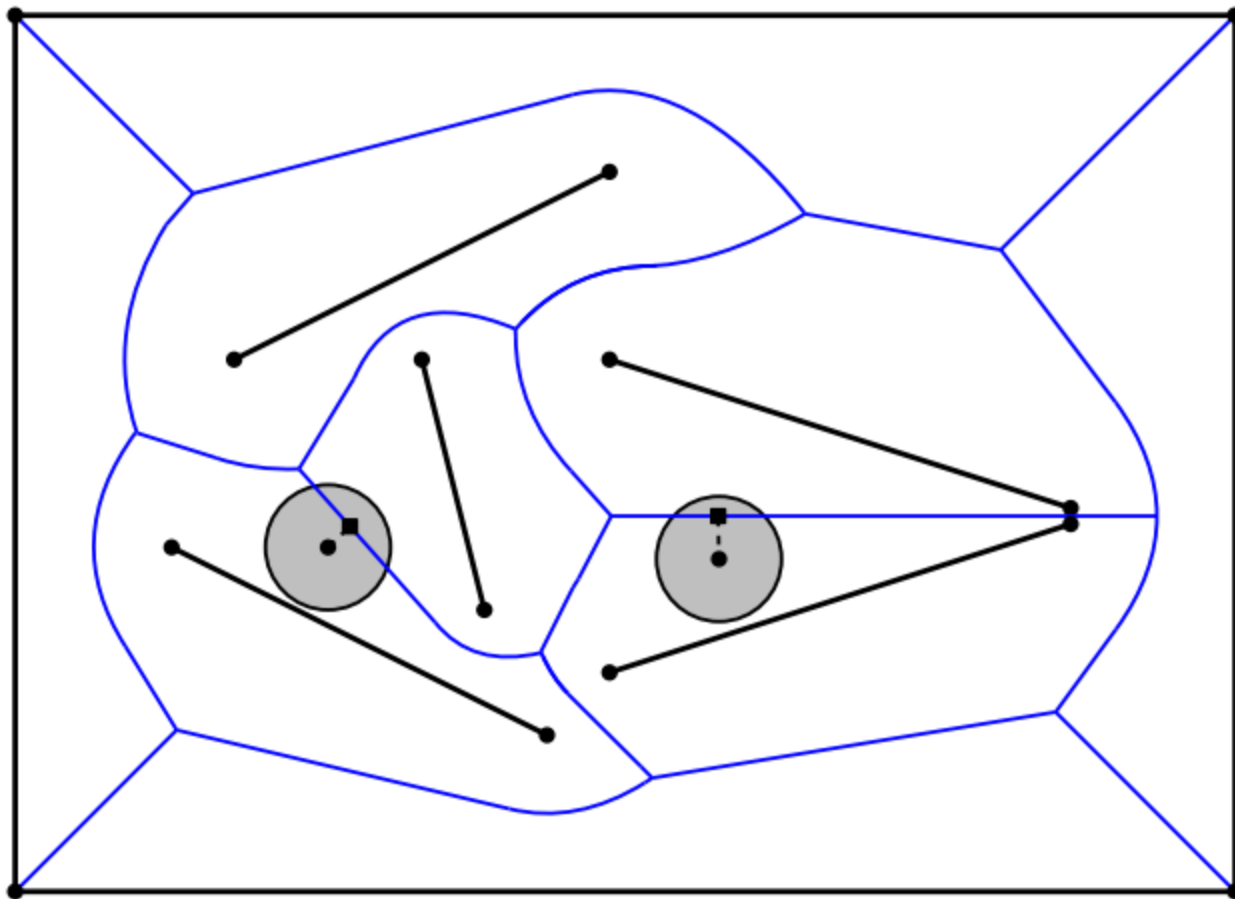
- Diagrama Voronoi a unor segmente disjuncte poate fi construita in $O(n \log n)$

Teorema (retractiei):

- Avand date un set de segmente disjuncte si un robot in forma de disc, existenta unui traseu lipsit de coliziuni cu segmentele poate fi determinata in timp $O(n \log n)$, folosind $O(n)$ spatiu de memorie

Diagrame Voronoi pentru segmente (9)

- Retractie



Diagrame Voronoi pentru segmente (10)

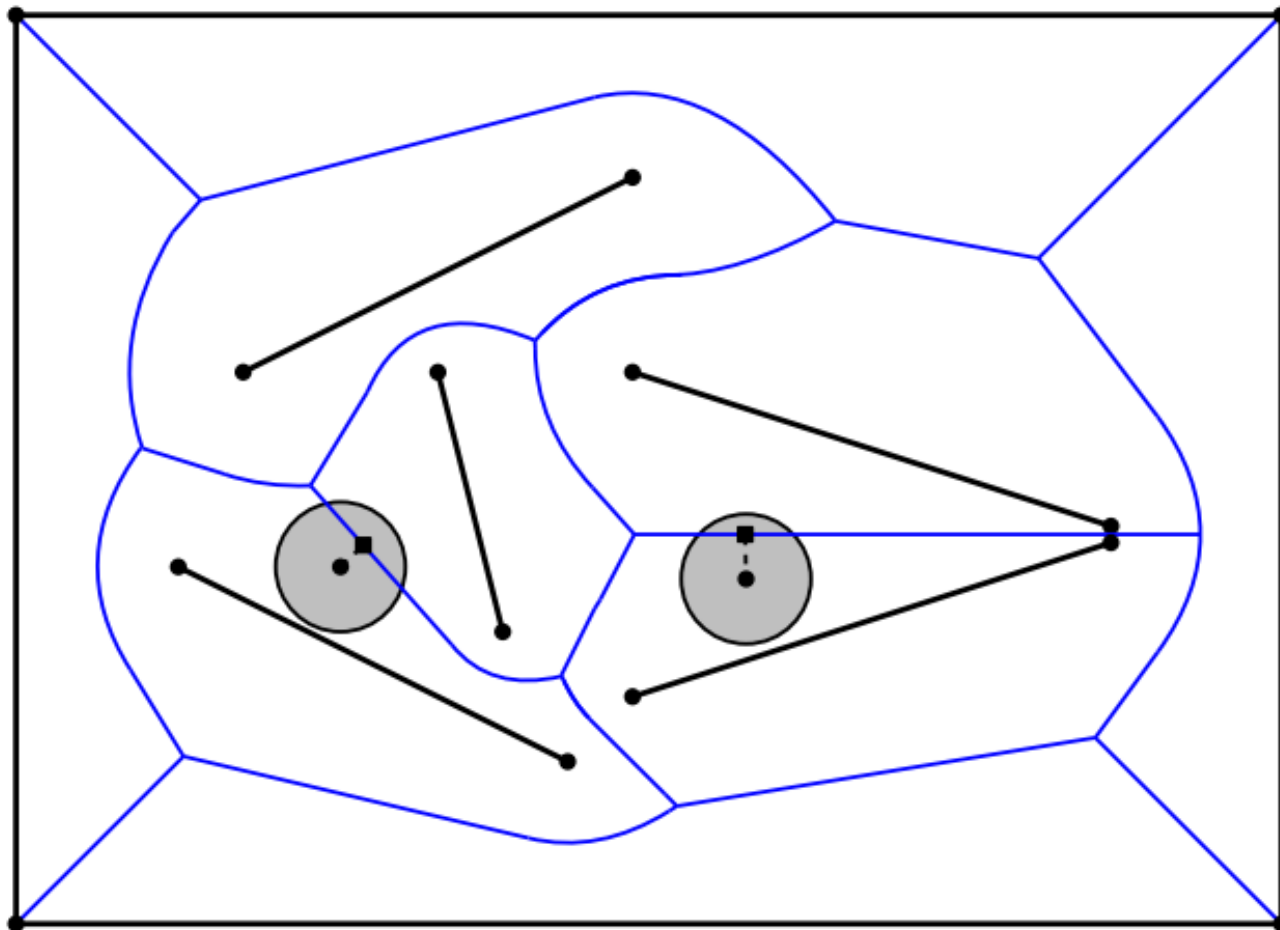
Algoritmul retractiei:

RETRACTION(S , $qstart$, $qend$, r)

1. Se calculeaza diagrama Voronoi $Vor(S)$ pentru segmentele din S marginita de niste granite dreptunghiulare (*bounding box*)
2. Se gasesc celulele din $Vor(S)$ care contin $qstart$ si $qend$
3. Se determina punctul $pstart$ in $Vor(S)$ departand $qstart$ fata de cel mai apropiat segment din S . Similar, se determina $pend$. $pstart$ si $pend$ se adauga ca varfuri in $Vor(S)$ spargand arcurile pe care se afla in doua
4. Fie G graful corespunzator varfurilor si muchiilor diagramei Voronoi. Se elimina toate muchiile din G pentru care distanta catre cel mai apropiat site (segment) este mai mica decat raza r
5. Se determina folosind cautarea in adancime (*DFS*) daca exista un drum intre $pstart$ si $pend$ in G . Daca exista, se returneaza segmentul $[qstart, pstart]$, calea gasita in G intre $pstart$ si $pend$ si segmentul $[pend, qend]$ drept traseul de urmat de catre robot.

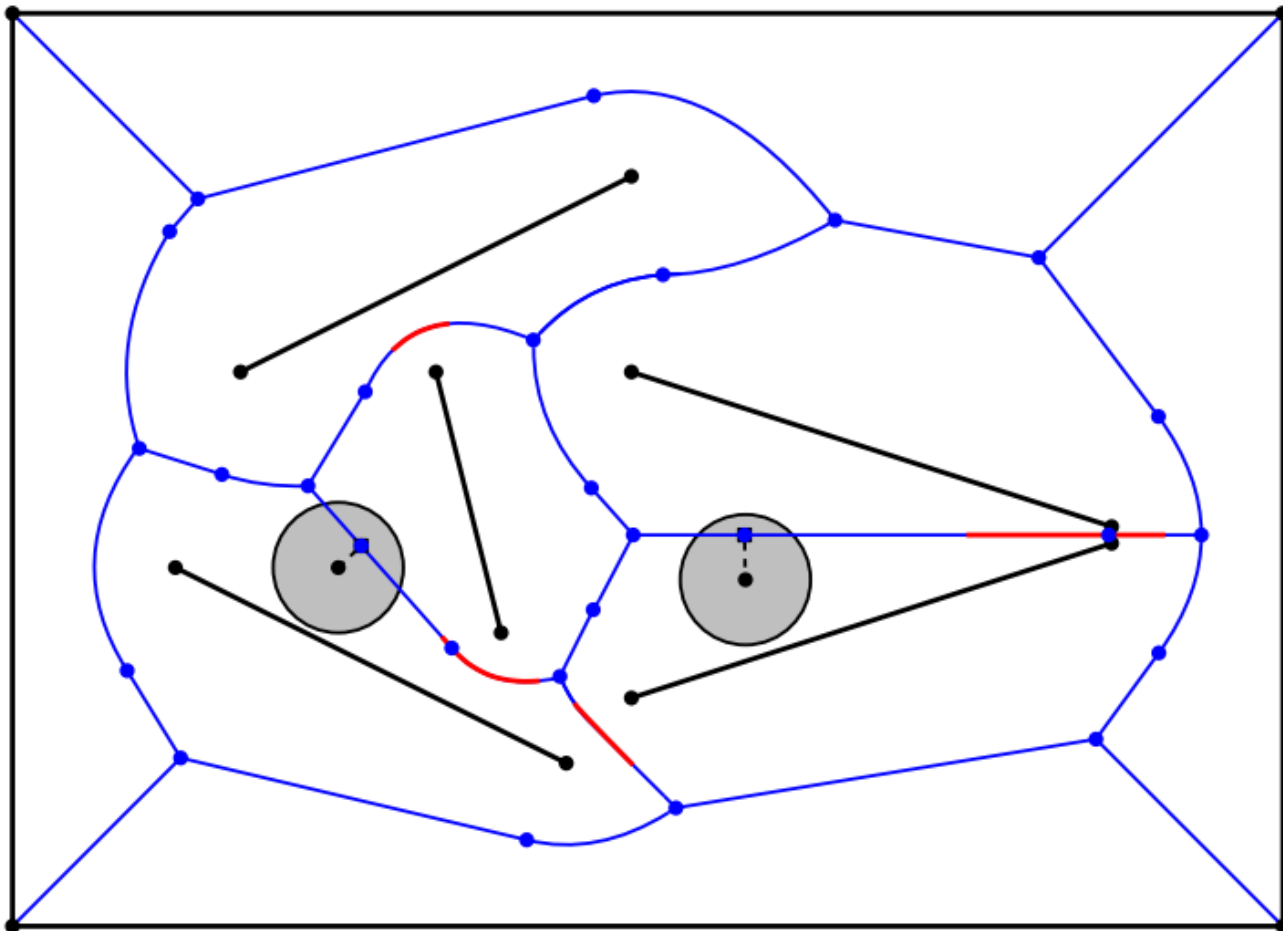
Diagrame Voronoi pentru segmente (11)

- Retractie



Diagrame Voronoi pentru segmente (12)

- Retractie



Diagrame Voronoi pentru segmente (13)

- Retractie

