



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale  
2007-2013



# Platformă de e-learning și curriculum e-content pentru învățământul superior tehnic

## Geometrie computacionala

**12. Algoritmi pentru diagrame Voronoi: Intersecție de  
semiplanuri. Adunare incrementală. Divide et impera**

# Algoritmi pentru construirea diagramelor Voronoi

## Intersectie de semiplanuri: $O(n^2 \lg n)$

intersectarea a  $n$  semiplanuri bisectoare per celula  
algoritm invechit is incet

## Adunare incrementală: $O(n^2)$

adaugarea unui singur punct pe rand, diagrama fixa  
algoritm simplu

## Divide-et-impera: $O(n \log n)$

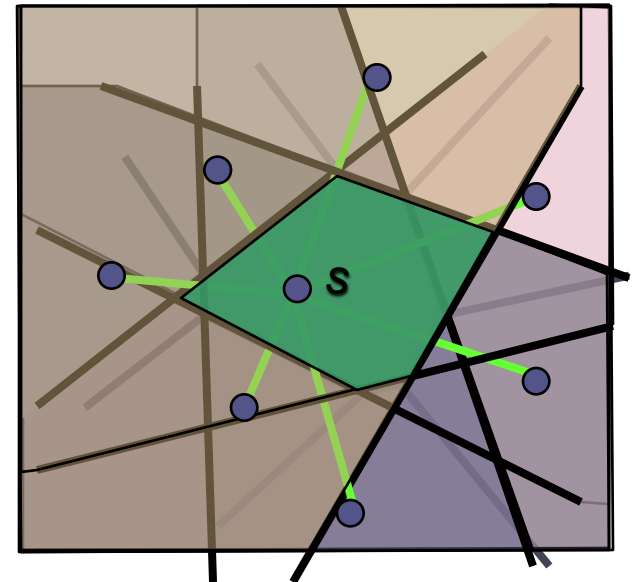
unirea diagramelor Voronoi la stanga si la dreapta  
algoritm complex

## Linie de baleiaj (“Sweep line”): $O(n \log n)$

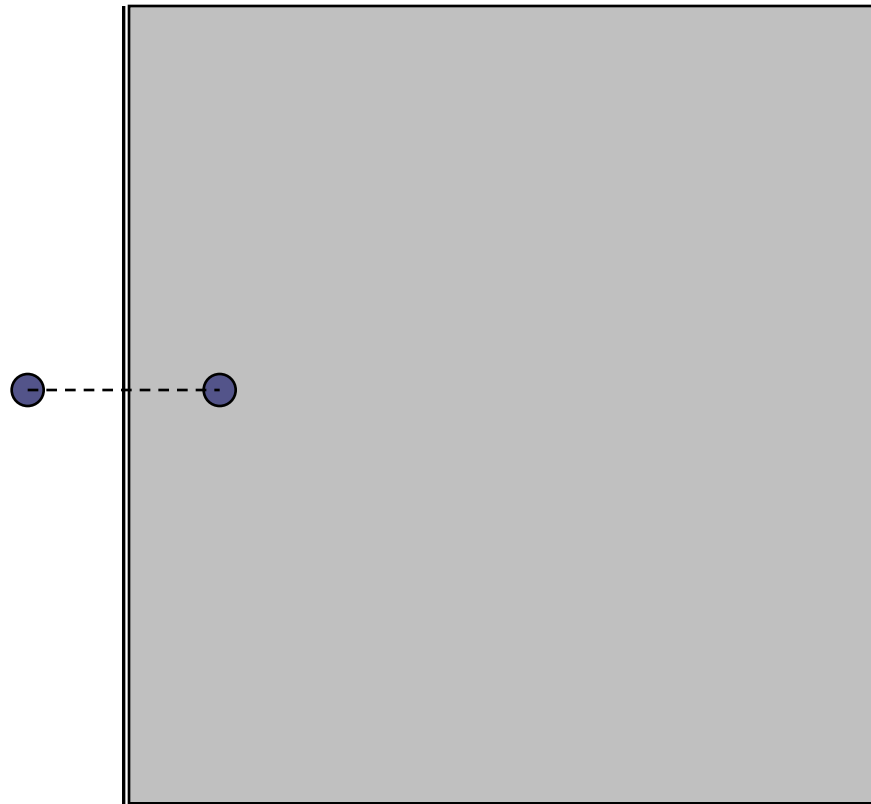
constructie progresiva a celulelor prin folosirea unei linii de baleiaj  
algoritm elegant si implementabil

# Intersectie de semiplanuri

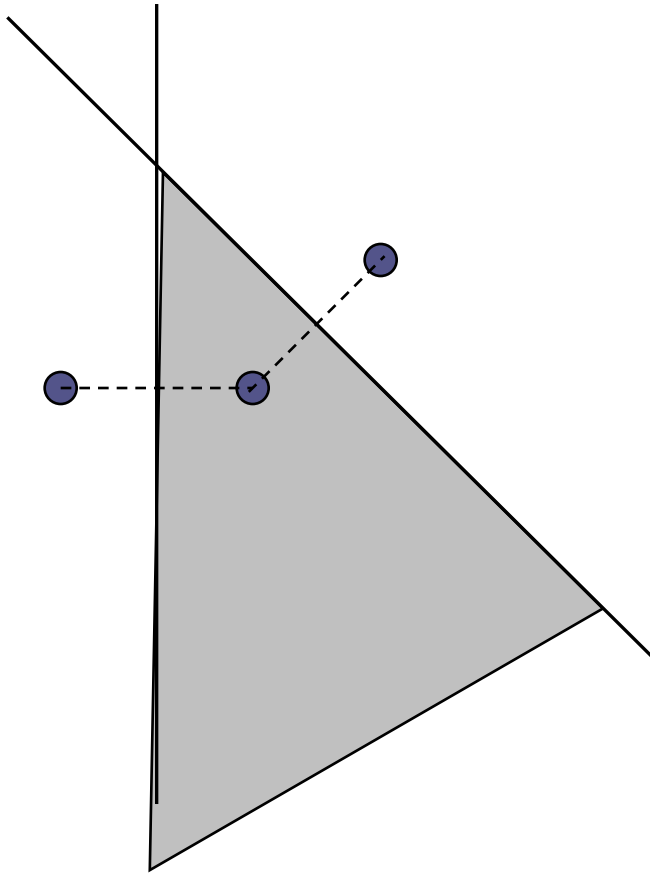
- Pentru un sit  $s$ , se traseaza bisectoarele intre  $s$  si toate celelalte situri.
- Celula Voronoi corespunzatoare lui  $s$  este intersectia tuturor semiplanelor definite de bisectoare.
- Complexitate de timp:
  - $O(n \log n)$  pentru fiecare celula
  - $O(n^2 \log n)$  in total
- Surse de ineficienta:
  - foarte putine semiplanuri raman in configuratia finala
  - redundanta in calcularea punctelor si muchiilor



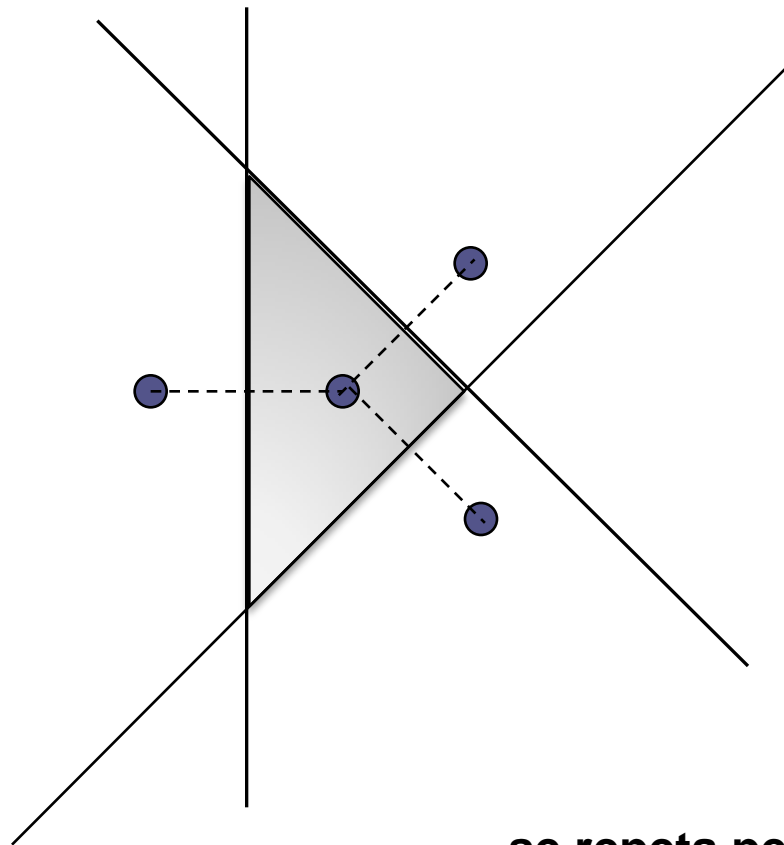
# Intersectie de semiplanuri (exemplu)



# Intersectie de semiplanuri (exemplu)



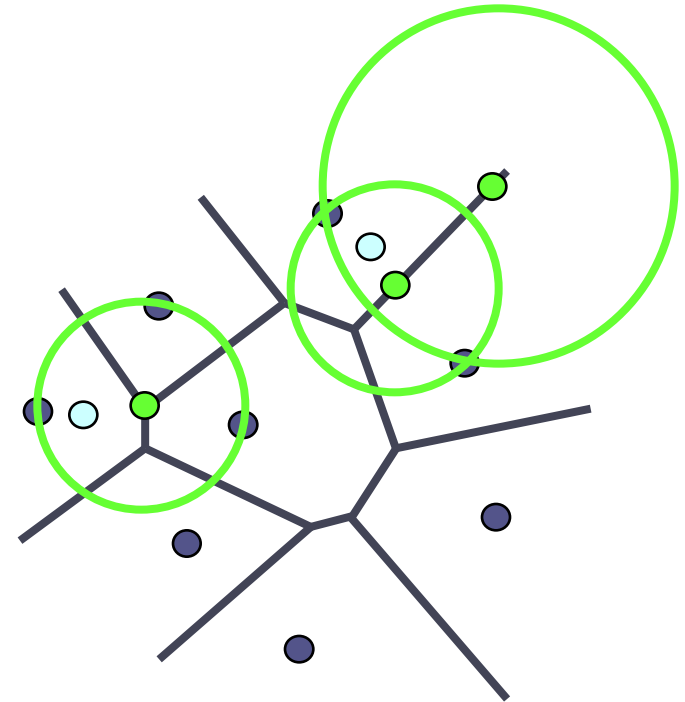
# Intersectie de semiplanuri (exemplu)



**..se repeta pentru fiecare sit**

# Adunare incrementală

- **Metoda:** se adaugă câte un nou site la fiecare iterație, modificându vecinatatea
- **Observatie:** singurele celule ce necesita modificari sunt cele care au puncte pentru care cercul siturilor care il definesc contine noul site.
- Pentru rearanjarea celulelor este necesar  $O(n)$  timp
- **Complexitate:**  $O(n^2)$



# Divide-et-impera (1)

## Metoda:

1. Se partitioneaza recursiv  $P$  in multimi la stanga si la dreapta,  $P_1$  si  $P_2$
2. Se calculeaza diagramele lor Voronoi,  $\text{Vor}(P_1)$  si  $\text{Vor}(P_2)$
3. Se unesc  $\text{Vor}(P_1)$  si  $\text{Vor}(P_2)$

## Observatie cheie:

Este necesara modificarea doar a celulelor ce se afla in extremitatea dreapta in  $P_1$  si cea stanga in  $P_2$

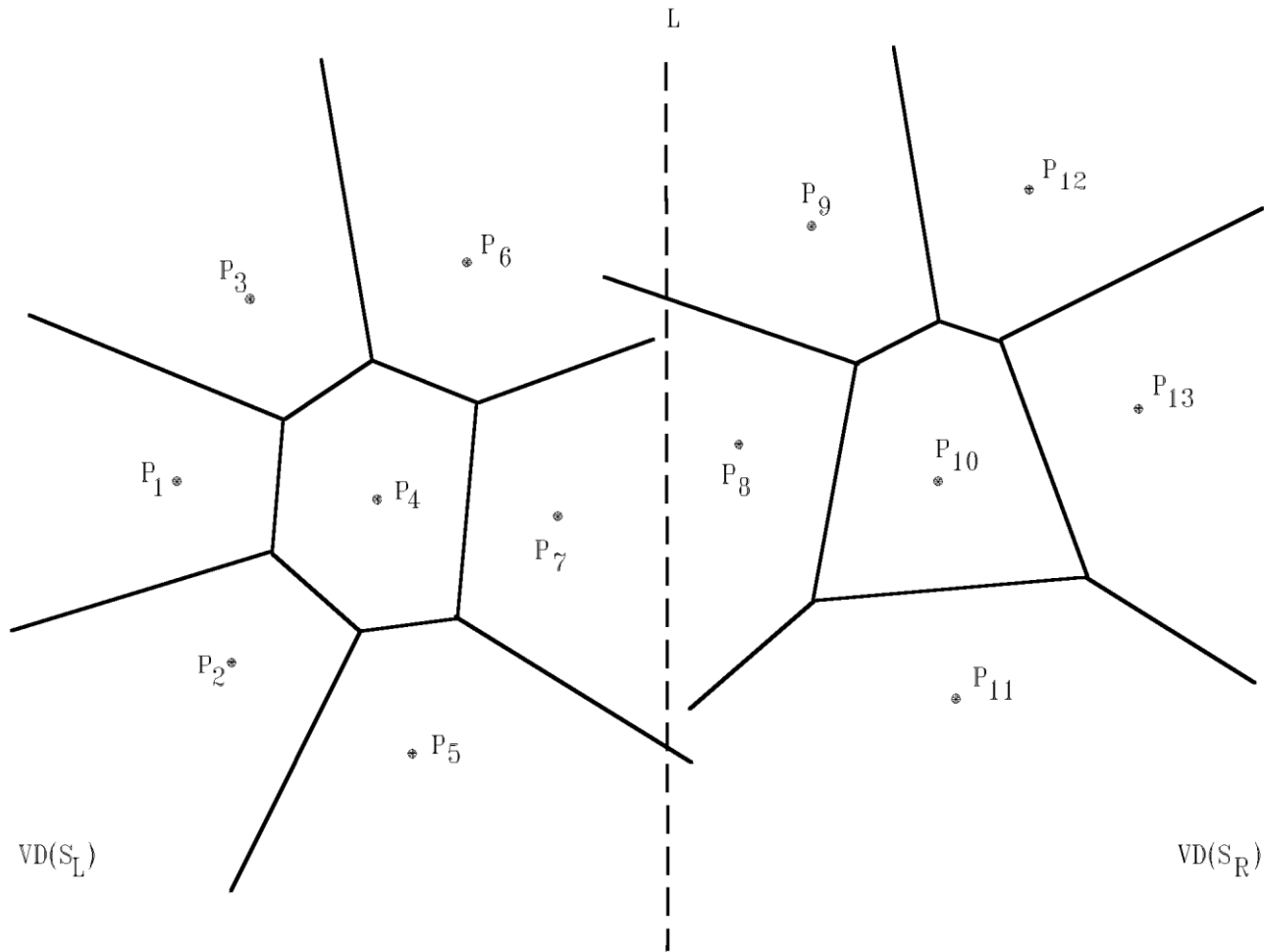


# Divide-et-impera (2)

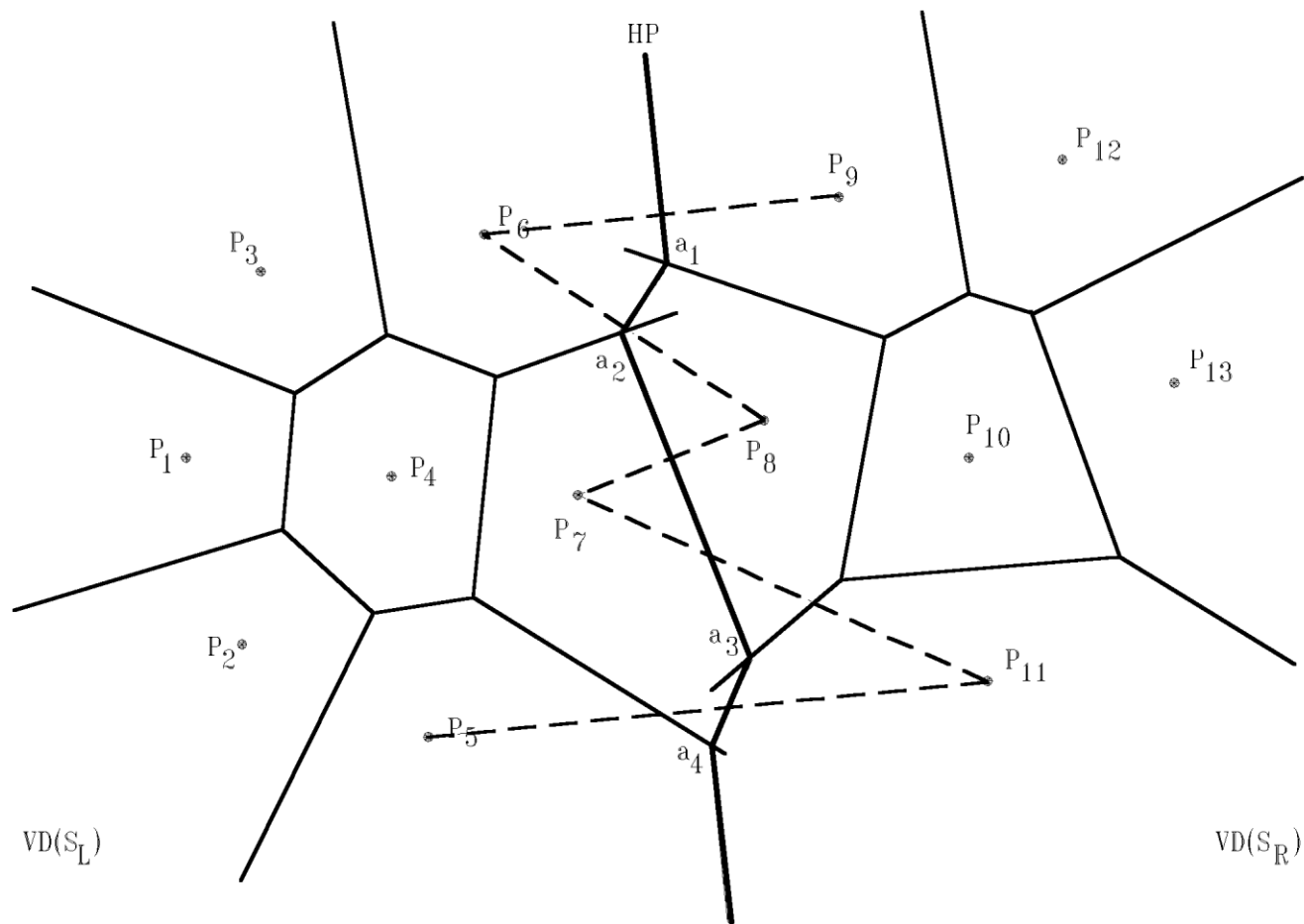
## Lantul de divizare:

- Se definește lantul de divizare  $\sigma(\text{Vor}(P_1), \text{Vor}(P_2))$  ca fiind mulțimea de muchii comune între celulele din cele două diagrame Voronoi
- Lantul de divizare este *monoton*
- Se construiește lantul de divizare pornind de la celulele aflate la dreapta lui  $\text{Vor}(P_1)$  și cele aflate la stanga lui  $\text{Vor}(P_2)$ .
- Se elimină toate muchiile lui  $\text{Vor}(P_2)$  aflate la stanga lui  $\sigma$  și toate muchiile lui  $\text{Vor}(P_1)$  aflate la dreapta lui  $\sigma$ .
- Rezultatul este  $\text{Vor}(P_1) \cup \text{Vor}(P_2)$

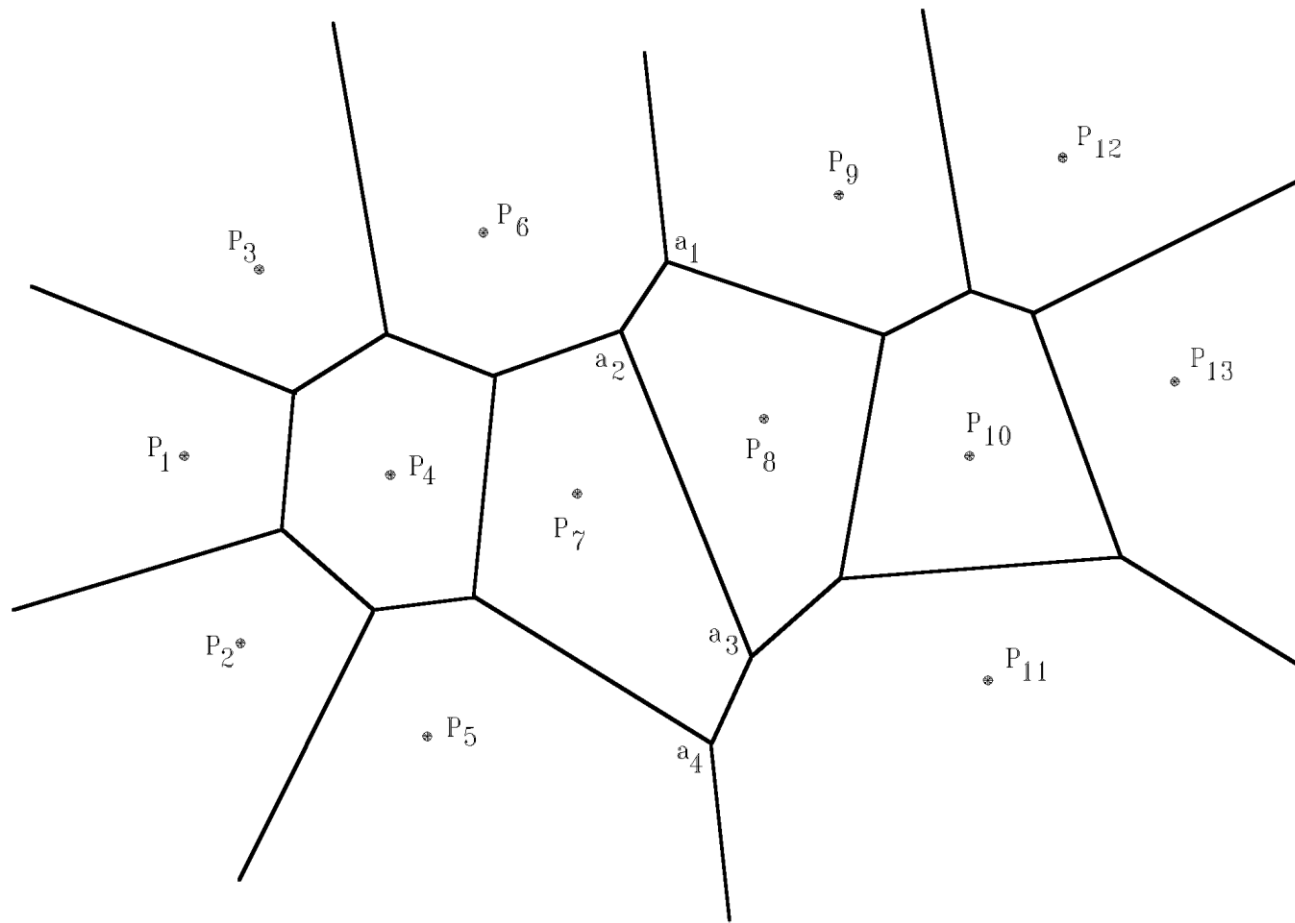
# Construirea lantului de divizare (1)



# Construirea lantului de divizare (2)



# Construirea lantului de divizare (3)

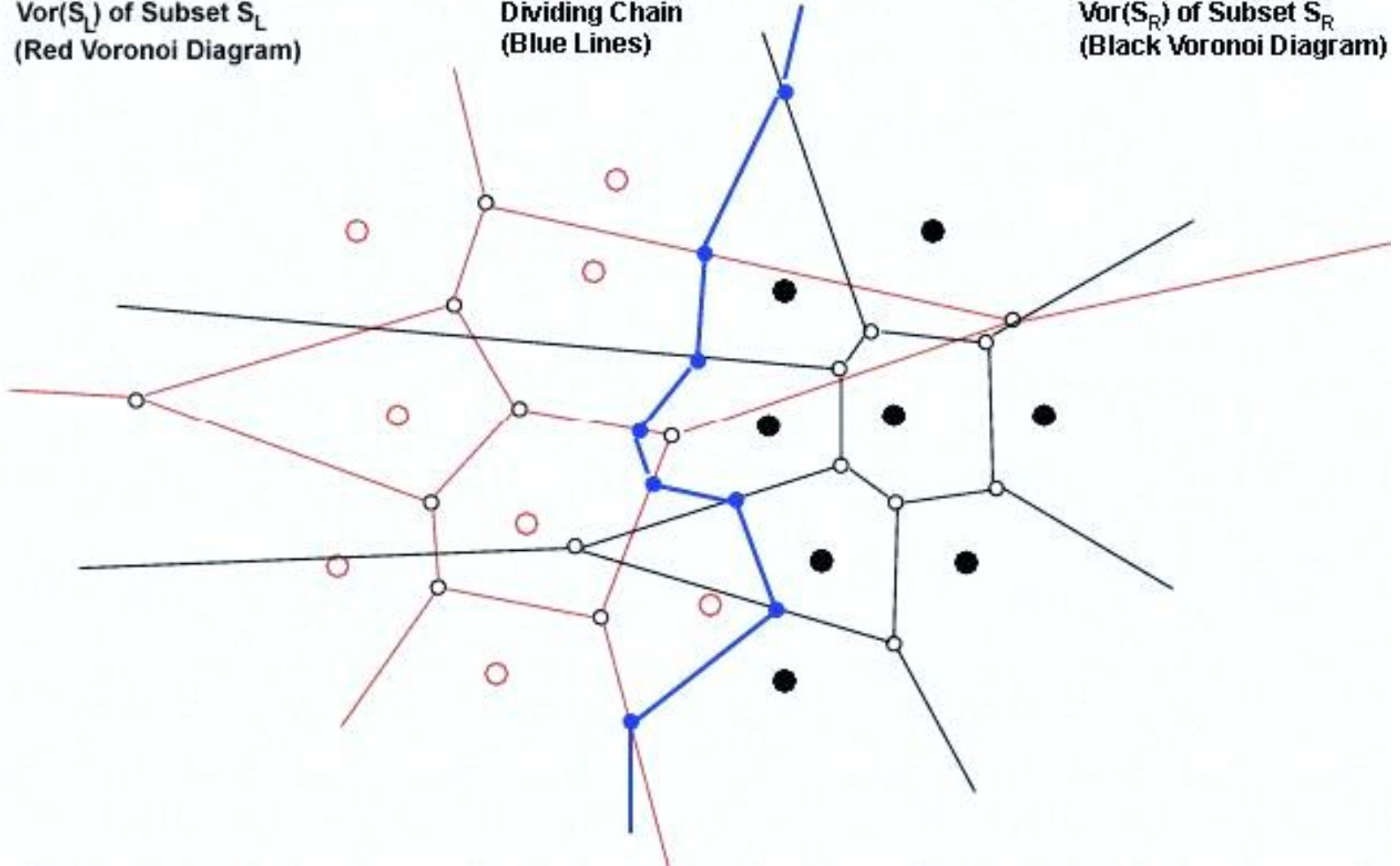


# Exemplu (1)

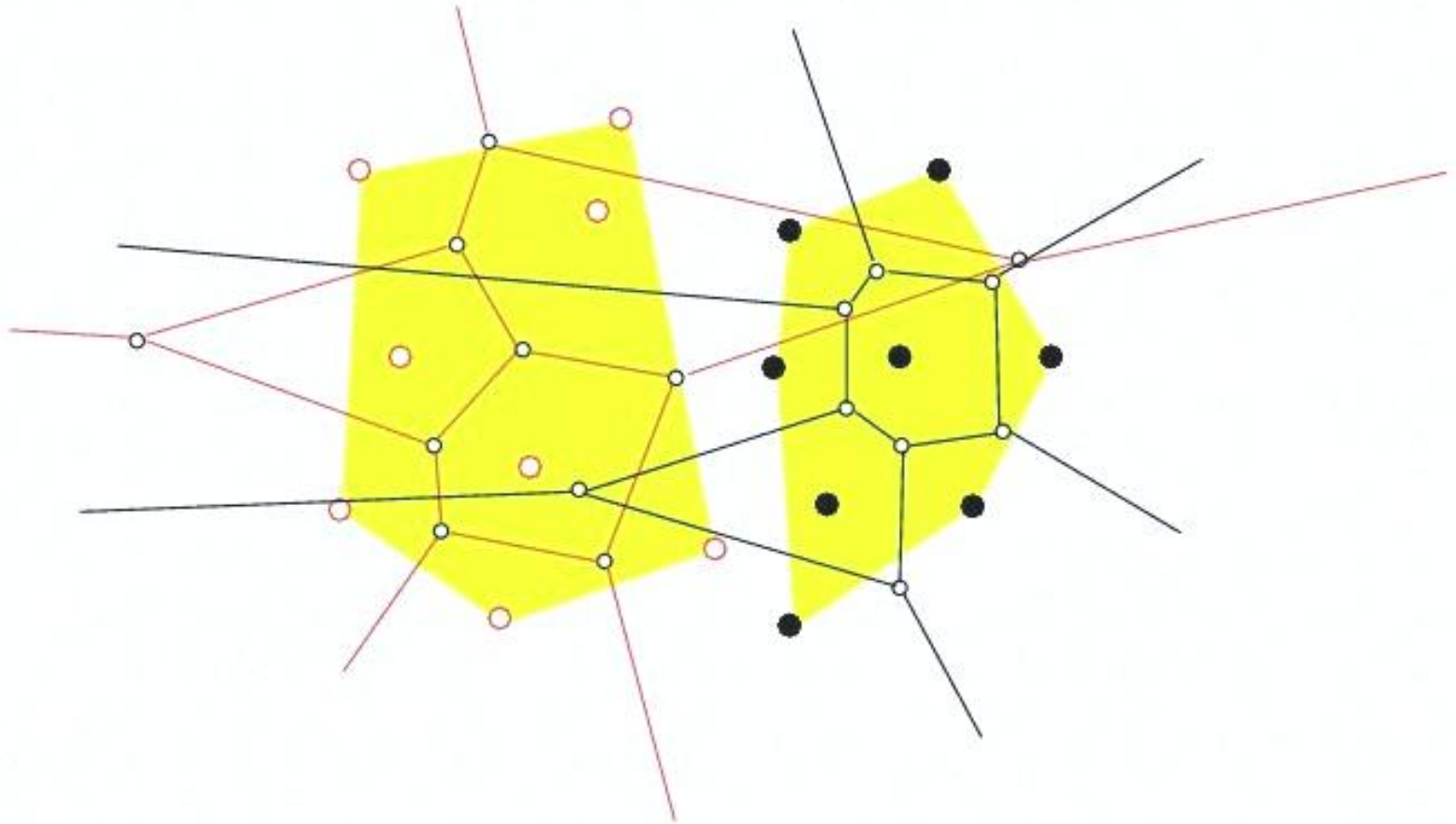
$\text{Vor}(S_L)$  of Subset  $S_L$   
(Red Voronoi Diagram)

Dividing Chain  
(Blue Lines)

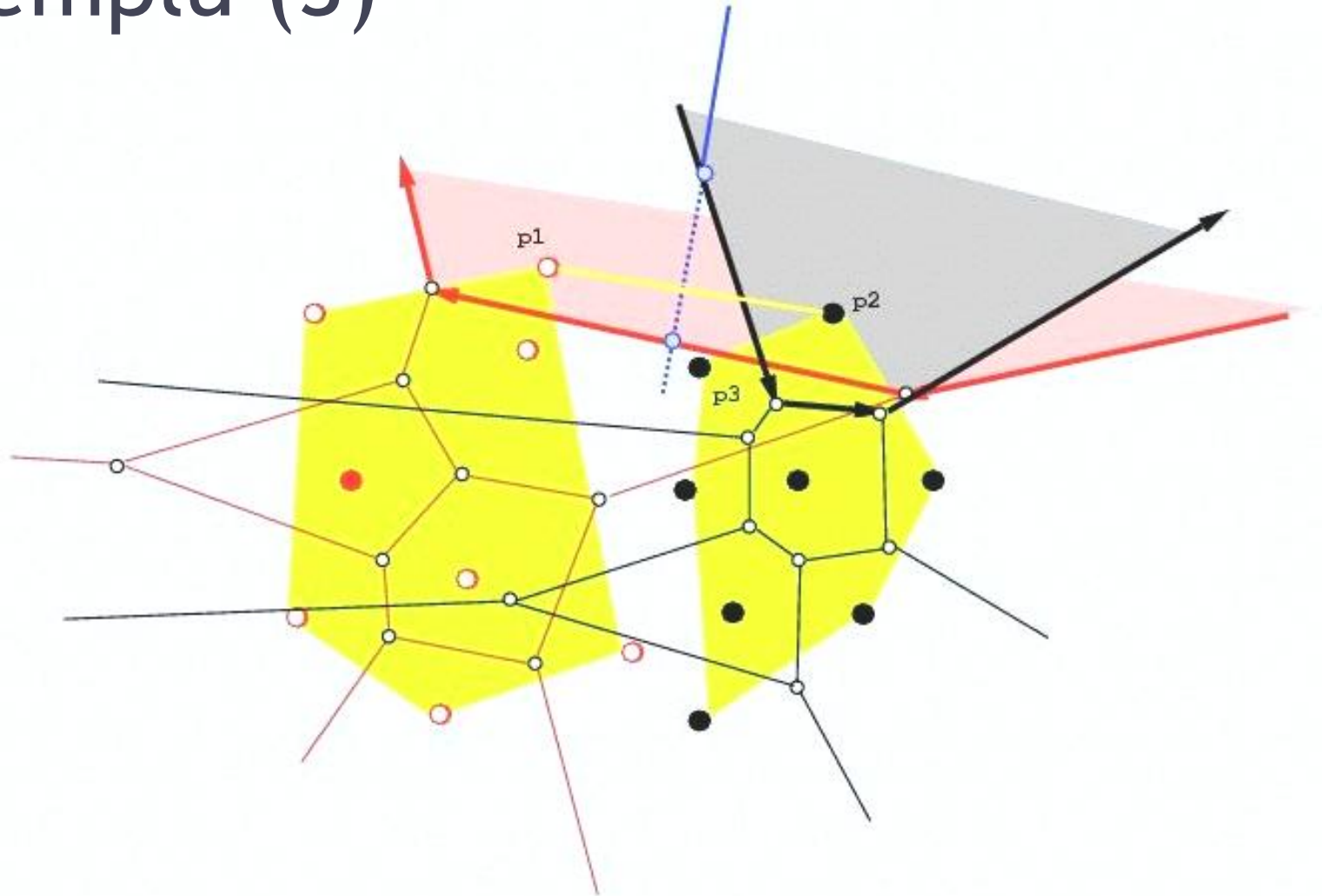
$\text{Vor}(S_R)$  of Subset  $S_R$   
(Black Voronoi Diagram)



# Exemplu (2)



# Exemplu (3)



# Exemplu (4)

