



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale  
2007-2013



# Platformă de e-learning și curriculum e-content pentru învățământul superior tehnic

## Transmisia datelor multimedia in rețele de calculatoare

### 8. Coduri Golomb

# Coduri *Golomb*

- Folosite pentru codificarea secventelor de numere intregi, unde probabilitatea de aparitie a numerelor este invers proportionala cu marimea acestora
  - Cu cat numarul este mai mare, cu atat probabilitatea sa de aparitie este mai mica
- Ex.:*cod unar*
  - Reprezentarea unara a unui numar urmata de '0'
    - $0 \rightarrow 0$
    - $1 \rightarrow 10$
    - $2 \rightarrow 110$
    - $3 \rightarrow 1110$
    - ...
  - Identic cu codul Huffman pentru  $\{1, 2, 3, \dots\}$  si  $P(k) = 1/2^k$
  - Optimal pentru modelul probabilistic

## Coduri *Golomb*

- Familie de coduri bazata pe un parametrul  $m$
- Pentru a reprezenta un numar  $n$ , calculam:

$$q = \lfloor n/m \rfloor \quad (\text{catul})$$

$$r = n - qm \quad (\text{restul})$$

- Reprezentam  $q$  in cod unar, urmat de  $r$  in  $\log_2 m$  bits
- Daca  $m$  nu e putere a lui 2 atunci folosim  $\lceil \log_2 m \rceil$  bits
- Si mai bine, putem folosi:
  - Reprezentarea in  $\lfloor \log_2 m \rfloor$ -bits pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lfloor \log_2 m \rfloor - m - 1}$ ,  
si
  - Reprezentarea in  $\lceil \log_2 m \rceil$ -bits a numarului  $r + 2^{\lfloor \log_2 m \rfloor - m}$   
pentru restul intervalului

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - m - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - m$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 6 \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 6 \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 6 \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 6 \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 6 \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 6 \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>



# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - m - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - m$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>
5	<u>0</u>	5	<u>0111</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>
5	<u>0</u>	5	<u>0111</u>

n	q	r	Cod
6	<u>1</u>	0	<u>1000</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>
5	<u>0</u>	5	<u>0111</u>

n	q	r	Cod
6	<u>1</u>	0	<u>1000</u>
7	<u>1</u>	1	<u>1001</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>
5	<u>0</u>	5	<u>0111</u>

n	q	r	Cod
6	<u>1</u>	0	<u>1000</u>
7	<u>1</u>	1	<u>1001</u>
8	<u>1</u>	2	<u>10100</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>
5	<u>0</u>	5	<u>0111</u>

n	q	r	Cod
6	<u>1</u>	0	<u>1000</u>
7	<u>1</u>	1	<u>1001</u>
8	<u>1</u>	2	<u>10100</u>
9	<u>1</u>	3	<u>10101</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>
5	<u>0</u>	5	<u>0111</u>

n	q	r	Cod
6	<u>1</u>	0	<u>1000</u>
7	<u>1</u>	1	<u>1001</u>
8	<u>1</u>	2	<u>10100</u>
9	<u>1</u>	3	<u>10101</u>
10	<u>1</u>	4	<u>10110</u>

# Exemplu

- $m = 6$ 
  - $\lfloor \log_2 m \rfloor = 2$        $\lceil \log_2 m \rceil = 3$
  - Coduri 2-bit pentru  $0 \leq r \leq 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6 - 1$ 
    - $0 \leq r \leq 1$
  - Coduri 3-bit de  $r + 2^{\lceil \log_2 m \rceil} - 6$  pentru restul
    - $r + 2$

n	q	r	Cod
0	<u>0</u>	0	<u>000</u>
1	<u>0</u>	1	<u>001</u>
2	<u>0</u>	2	<u>0100</u>
3	<u>0</u>	3	<u>0101</u>
4	<u>0</u>	4	<u>0110</u>
5	<u>0</u>	5	<u>0111</u>

n	q	r	Cod
6	<u>1</u>	0	<u>1000</u>
7	<u>1</u>	1	<u>1001</u>
8	<u>1</u>	2	<u>10100</u>
9	<u>1</u>	3	<u>10101</u>
10	<u>1</u>	4	<u>10110</u>
11	<u>1</u>	5	<u>10111</u>

## Coduri *Golomb*: Alegerea lui $m$

- Se considera o secventa binara
- Se poate codifica numarand subsecventele de cifre identice
  - (de 0 sau 1)
  - A.k.a. run-length encoding (RLE)
- Ex.
  - 00001001100010010000000001001110000100001000100
  - ---4 -2 0--3 -2 -----9 -2 00---4 ---4 --3 -2
    - 4,2,0,3,2,9,2,0,0,4,4,3,2
  - 35 zerouri, 12 unu;  $P(0) = 35/(35+12) = 0.745$
  - $P(0) = 35/(35+12) = 0.745$

$$m = \left\lceil -\frac{\log_2(1+p)}{\log_2 p} \right\rceil \quad m = \left\lceil -\frac{\log_2(1+0.745)}{\log_2 0.745} \right\rceil = 2$$