



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale
2007-2013



Platformă de e-learning și curriculum e-content pentru învățământul superior tehnic

Sisteme Tolerante la Defecte

15. Sisteme M - din - N redundante

SISTEME $M - \text{DIN} - N$ REDUNDANTE

Un sistem $M - \text{din} - N$ redundant constă din N module care are nevoie de cel puțin M dintre acestea ca să funcționeze corespunzător.

Un astfel de sistem încetează să mai funcționeze atunci când mai puțin decât M module sunt funcționale.

Cel mai cunoscut exemplu, din această categorie, este sistemul *triplex*. Un astfel de sistem constă din trei module identice ale căror ieșiri sunt votate.

Câtă vreme există o majoritate (cel puțin 2 din 3) a modulelor care produc rezultate corecte, sistemul va fi funcțional.

Evaluarea fiabilității unui sistem $M - \text{din} - N$

Se presupune că defectarea diferitelor module este statistic independentă și că nu se pot repara modulele defecte.

Prin $R(t)$ se notează, tradițional, fiabilitatea individuală a unui modul (semnificând probabilitatea ca modul să fie încă operațional la momentul t).

Fiabilitatea unui sistem $M - \text{din} - N$ este probabilitatea ca M ori mai multe module să fie funcționale la momentul t .

Astfel, fiabilitatea sistemului $M - \text{din} - N$ este exprimată prin formula:

$$R_{M_din_N}(t) = \sum_{i=M}^N C_N^i R^i(t) [1 - R(t)]^{N-i} \quad (1)$$

Ipoteza că defectările sunt independente este un factor cheie, un factor deosebit de important, în realizarea fiabilității ridicate a sistemelor $M - \text{din} - N$.

Chiar și doar într-o mică măsură prezentă o corelație a defectărilor, aceasta poate diminua drastic fiabilitatea acestor sisteme.

Presupunând o probabilitate nenulă q_{cor} a corelației unui defect în sistem, considerat în totalitatea sa, atunci expresia fiabilității arată astfel:

$$R_{M_din_N}^{cor}(t) = (1 - q_{cor}) \sum_{i=M}^N C_N^i R^i(t) [1 - R(t)]^{N-i} \quad (2)$$

Într-un sistem inadecvat proiectat, factorul de defectare corelat poate domina probabilitatea defectării globale.

Defectările corelate pot fi foarte dificil de estimat, în practică.

Expresia (2) a fost scrisă cu asumptia existenței unei mal-funcționări care să afecteze întreg grupul celor N module din sistem.

Există, de asemenea, și alte moduri de defectare decât cel presupus în formula (2).

Sunt $2^N - N - 1$ submulțimi distincte care ar conține două sau mai multe module și în acest mod apare ca fiind extrem de dificil de realizat experimental ori prin alte mijloace probabilitățile asociate acestor submulțimi, fie și doar pentru valori moderate ale numărului total de module.

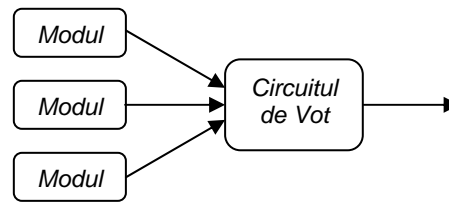


Figura 1. Structura unui sistem Triplu-Modul Redundant (TMR).

Dintre sistemele $M - din - N$, e foarte posibil să fie cel mai cunoscut sistemul triplex, ca un astfel de sistem.

Diagrama sistemului triplex, ori a sistemului *Triplu-Modul Redundant* (TMR), este prezentată în figura 1. În astfel de sisteme, $M = 2$ și $N = 3$, sunt trei module și un circuit de vot care decide majoritatea rezultatelor.

Prin utilizarea unui singur circuit de vot, acesta devine o entitate critică. Fiabilitatea sistemului, ținând seama de fiabilitatea circuitului de vot (notată prin $R_{vot}(t)$), arată astfel:

$$R_{TMR}(t) = R_{vot}(t) \sum_{i=2}^3 C_3^i R^i(t) [1 - R(t)]^{3-i} \quad (3)$$

Prin dezvoltarea binomului se obține o exprimare mai compactă de forma:

$$R_{TMR}(t) = R_{vot}(t)(3R^2(t) - 2R^3(t)) \quad (4)$$

Cazul general al TMR se numește *N-Modul Redundant* având N module, N fiind impar, iar M este egal cu unu plus partea întregă a expresiei $N/2$.

Pentru sisteme constituite cu module având fiabilitate ridicată, cu câte este mai mare redundanța cu atât se obțin sisteme mai fiabile.

Atunci când fiabilitatea modulelor are valori mai mici, avantajele redundanței scad.

Astfel, pentru sisteme constituite cu module a căror fiabilitate este joasă, aceasta revine la inegalitatea $R(t) < 0,5$, redundanța ajunge să constituie un dezavantaj iar un

sistem simplu (cu un singur modul, sistem numit adesea și *simplex*) devine mai fiabil decât orice combinație constituită cu modulele respective.

Acest fapt se reflectă în valoarea $MTTR_{TMR}$, care poate fi determinată pentru:

$R_{vot}(t) = 1$ și $R(t) = e^{-\lambda t}$ astfel:

$$MTTR_{TMR} = \int_0^{\infty} (3R^2(t) - 2R^3(t)) dt = \int_0^{\infty} (3e^{-2\lambda t} - 2e^{-3\lambda t}) dt = \frac{5}{6\lambda} \quad (5)$$

Se poate ușor aprecia faptul că:

$$MTTF_{TMR} = \frac{5}{6\lambda} < \frac{1}{\lambda} = MTTF_{Simplex}$$

În cele mai multe dintre situațiile reale, totuși, $R(t) \gg 0,5$ pentru valori practice ale variabilei t iar sistemul este fie reparat, fie înlocuit mult înainte ca $R(t) < 0,5$ astfel încât configurația triplex să confere creșteri semnificative ale fiabilității.

Expresia fiabilității sistemului *Triplu-Modul Redundant* s-a dedus având, presupusă implicit, ipoteza că orice defect al circuitului de vot va implica o ieșire eronată a sistemului și orice defectare a două module, din trei, este determinantă pentru malfuncționarea sistemului.

Astfel de situații nu sunt, totuși, întotdeauna necesare pentru declararea încetării funcționării sistemului.

Aceasta se poate ușor constata din următorul exemplu:

Dacă un modul are, la una dintre ieșirile sale, permanent valoarea logică 1 iar un al doilea modul are permanent valoarea logică 0, la ieșirea omoloagă, atunci TMR va continua, aparent, să funcționeze corect, spre exemplu.

Similar, o situație comparabilă poate să se întâmple și în circuitul de vot (majoritate).

Aceste exemple vizează, în esență, compensarea reciprocă a defectelor.

Paradoxal, astfel de situații conduc la o creștere a fiabilității sistemelor TMR.

Circuitele de vot

Astfel de circuite au, în principiu, N linii de intrare $x_1, x_2 \dots, x_N$ la care sunt conectate liniile de ieșire omoloage din sistemul redundant M – din N .

Cu valorile recepționate pe liniile de intrare, circuitul de vot generează corespunzător o valoare reprezentativă.

Cea mai simplă metodă este compararea bit cu bit a valorilor liniilor de intrare omoloage și determinarea valorii majoritare.

Această metodă presupune că fiecare din cel N module ale sistemului va genera ieșiri similare, comparabile bit cu bit, cu ale celorlalte module.

Dacă modulele sunt constituite cu procesoare identice care primesc aceleași valori de intrare, rulează aplicații identice și sunt conduse prin impulsuri de ceas mutual sincronizate, atunci procedeul de vot este imediat.

Dar, dacă modulele sunt construite cu procesoare diferite ori rulează aplicații distincte pentru aceeași sarcină de calcul atunci este foarte posibil să fie valori întrucâtva divergente, (în zona biților de rang inferior, spre exemplu) chiar dacă, în fapt, reprezintă rezultate corecte.

Astfel, două rezultate u și v sunt *practic identice* dacă are loc relația:

$$|u - v| < \delta,$$

unde valoarea parametrului δ este dinainte specificată.

Este de reținut faptul că relația *practic identice* nu este o relație tranzitivă.

Aceasta înseamnă că atunci când m este practic identic cu n , iar n este practic identic cu p , nu rezultă că și m este practic identic cu p .

Se consideră o valoare $\delta = 0,1$ și un set cu cinci rezultate $\{1,11; 1,32; 3,00; 1,10; 1,49\}$.

Un circuit de vot bi-valoric cu parametrul $\delta = 0,1$ va genera, pentru acest set de rezultate, subsetul $\{1,10; 1,11\}$.

În considerațiile care au stat la baza construcțiilor teoretice de fiabilitate ale sistemelor TMR s-a introdus implicit ipoteza că toate liniile de ieșire conectate la intrările circuitului de vot sunt caracterizate printr-o probabilitatea de defectare identică.

Sunt numeroase situații când această ipoteză este invalidată.

Circuitele ori aplicațiile care produc un anumit rezultat pot avea probabilități diferite de defectare, din rațiuni care guvernează modul de funcționare și de evaluare a fiabilității (tehnologiile diferite, spre exemplu).

Din aceste considerente rezultă utilizarea un circuit de vot care funcționează ponderat și generează ieșiri care sunt asociate la mai mult decât jumătatea sumei ponderilor sale de funcționare.