UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI

Instrumente Structurale
2007-2013

Platformă de e-learning și curriculă e-content pentru învățământul superior tehnic

Sisteme Tolerante la Defecte

14. Sisteme cu alte structuri decat paralele ori serie

Sisteme cu alte structuri decât paralele ori serie

Există sisteme a căror diagrame de fiabilitate nu sunt conforme cu structurile paralele ori serie.

Un astfel de sistem este descris în figura 1. Fiabilitatea acestui sistem se nu se poate calcula prin formulele descrise pentru sistemele cu structură paralelă ori serie.

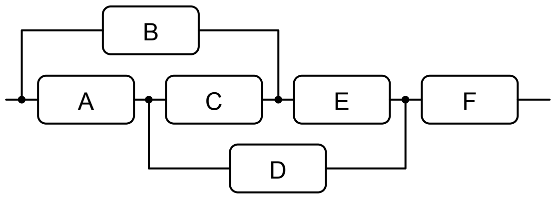


Figura 1. Sistem cu altă structură decât paralelă ori serie.

Se poate remarca existenţa mai multor căi în sistemul acesta. Calea *B*, *E* şi *F* arată că sistemul poate opera corect dacă modulele *B*, *E* şi *F* funcţionează corect.

O cale este corectă, validă, într-o astfel de diagramă doar dacă toate modulele sunt parcurse de la stânga spre dreapta.

Din acest punct de vedere privind calea *B,C,D,F* se stabileşte că această cale nu este o cale validă.

Nu sunt admise transformări ale grafului dacă acestea nu este respectă această regulă.

Pentru simplitatea scrierii, în cele ce urmează, dependenţa fiabilităţii în raport cu timpul va fi omisă, aceasta subînţelegându-se.

Utilizând formula clasică de probabilitate faţă de evenimentele condiţionate se va deduce formula fiabilităţii sistemului din figura 1 prin dezvoltarea acesteia în raport cu un modul oarecare *i* al acestui sistem:

$$R_{sistem} = R_i \cdot \text{Prob}\{\text{Sistemul funcţionează} \mid i \text{ este funcţional}\} + (1 - R_i) \cdot \text{Prob}\{\text{Sistemul funcţionează} \mid i \text{ este defect}\} \qquad (1)$$

În formula (1) s-a notat prin = R_i fiabilitatea modulului *i* (*A, B, C, D, E, F*).

Utilizând formula (1) diagrama iniţială se poate descompune în două diagrame de fiabilitate ale sistemului iniţial din figura 3.
Prima corespunde situaţiei în care modulul *i* este funcţional, iar în a doua modulul este defect.
Alegerea modului *i* trebuie făcută astfel încât cele două diagrame nou introduse să aibă structuri cât mai apropiate de tipurile serie şi - ori paralel.

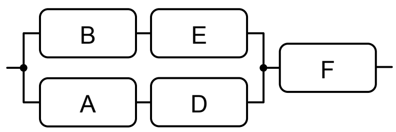
Pentru aceste structuri nou introduse se vor putea utiliza formulele deja stabilite pentru structurile serie

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^{N} R_i(t)$$

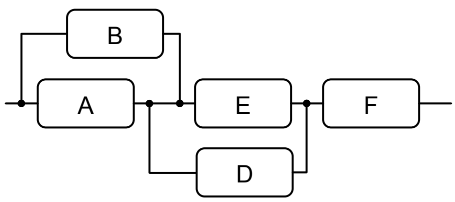
şi paralele

$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^{N} (1 - R_i(t)) .$$

Prin alegerea modulului *C* se obţin cele două diagrame din figura 2.



(a) Modulul *C* este nefuncţional



(b) Modulul *C* este funcţional

Figura 2. Descompunerea diagramei din figura 1, în raport cu modulul *C*.

Procesul de descompunere se poate relua, se poate re-itera, până când se obţin doar combinaţii de diagrame de tip serie ori paralel.

Aşa cum se poate remarca din figura 2.a aceasta este constituită doar din diagrame serie şi paralel.

Figura 2.b, spre deosebire de figura 2.a, nu este alcătuită exclusiv din combinaţii serie şi paralel.
În acest sens trebuie remarcat faptul că modulele *A* şi *B* nu sunt în paralel, aşa cum s-ar putea aprecia la o primă privire.

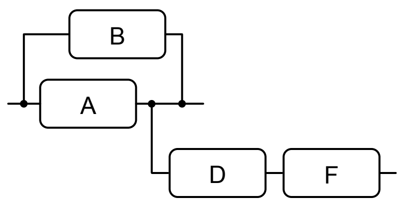
Dacă aceste module ar fi în paralel, aşa cum ar apare datorită funcţionării corecte a modulului *C*, atunci ar trebui să existe în diagrama iniţială, din figura 1, o cale *BCDF*, ceea nu se-ntâmplă să fie.

În figura 2.b acest fapt este marcat de sub-segmentul aflat între conexiunile modulelor *D* şi *B* (corespunzător prezenţei funcţional sigure a modulului *C*).

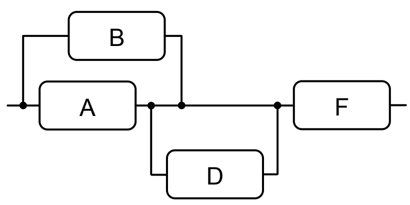
Cu aceste remarci, se poate rescrie relaţia (1) astfel:

$$R_{\text{sistem}} = R_C \cdot \text{Prob}\{\text{Sistemul funcţionează} \mid C \text{ este funcţional}\} + (1 - R_C) \cdot R_F \cdot [1 - (1 - R_A \cdot R_D)(1 - R_B \cdot R_E)] \qquad (2)$$

Pentru calculul probabilităţii condiţionate a sistemului (în raport cu faptul că modulul *C* este funcţional) diagrama din figura 2.b va fi descompusă în raport cu modulul *E*, aşa cum se poate urmări în figura 3.



(a) Modulul *E* este nefuncţional



(b) Modulul *E* este funcţional

Figura 3. Descompunerea diagramei din figura 2.b, în raport cu modulul *E*.

Atunci când modulul *E* este nefuncţional diagrama de fiabilitate arată ca în figura 3.a.

Este important de reţinut că modul *C* este funcţional atât în figura 3.a, cât şi în figura 3.b.

Expresia probabilităţii sistemului atunci când *C* funcţionează iar modul *E* este nefuncţional se calculează pentru conectarea în serie a modulelor *A, D şi F.*

Se poate remarca în această situaţie că modulul B este prezent în sistem dar nu este conectat la modul F de ieşire, întrucât nu există o cale între modulul B şi F în diagrama iniţială de fiabilitate a sistemului.

Expresia algebrică a probabilităţii sistemului condiţionat de faptul că modulul C este funcţional, iar modulul E este nefuncţional arată astfel:

Prob{Sistemul funcţionează | C este funcţional şi E este nefuncţional} =

$$(1 - R_E)R_AR_DR_F.$$

Iar cealaltă probabilitate arată astfel:

Prob{Sistemul funcţionează | C şi E sunt funcţionale} = $R_E\, R_F[1 - (1 - R_A)(1 - R_B)]$.

După determinarea acestei expresii se poate exprima fiabilitatea sistemului ca fiind:

$$R_{sistem} = R_C[R_ER_F(R_A + R_B - R_AR_B) + (1 - R_E)R_AR_DR_F] + (1 - R_C)[R_F(R_AR_D + R_AR_E - R_AR_DR_BR_E)] \quad (3).$$

Dacă blocurile acestei diagrame de fiabilitate au fiabilităţi identice:

$$R_A = R_B = R_C = R_D = R_E = R_F = R,$$

atunci fiabilitatea sistemului are expresia:

$$R_{sistem} = R^3(R^3 - 3R^2 + R + 2) \quad (4)$$

Atunci când o diagramă are o structură foarte complicată pentru aplicarea unei proceduri similare celei parcurse anterior se pot calcula margini inferioare şi superioare a fiabilităţii sistemului, R_{sistem}.

O margine superioară este determinabilă prin expresia:

$$R_{sistem} \leq 1 - \prod (1 - R_{calea_i}) \quad (5)$$

Fiabilitatea unei căi se calculează ca pentru conectarea în serie a modulelor ce alcătuiesc acea cale.

Marginea superioară din expresia (5) presupune că toate căile sunt în paralele, pe de-o parte şi independenţa respectivelor căi, pe de-altă parte.

Cazurile reale pot prezenta situaţii în care două astfel de căi au un modul în comun iar defectarea unui astfel de modul va conduce la defectarea ambelor căi.

Aceasta este raţiunea pentru care termenul din dreapta expresiei (5) constituie doar o margine superioară şi nu o valoare exactă.

O margine inferioară poate fi calculată în baza determinării unor seturi minimale de tăieturi ale diagramei de fiabilitate a sistemului.

Un set minimal de tăieturi este o listă de module cu proprietatea că prin îndepărtarea tuturor modulelor dintr-un set (datorită defectărilor) aceasta va conduce la defectarea sistemului, presupus iniţial perfect funcţional.

Marginea inferioară se calculează din expresia:

$$R_{sistem} \geq \prod (1 - Qcut_i) \qquad (6)$$

În relaţia (6) s-a notat prin $Qcut_i$ probabilitatea ca respectiva tăietură i să fie defectă. Referitor la figura 1, seturile minimale de tăieturi ale diagramei de fiabilitate din această figură sunt:

F, AB, AE, DE şi *BCD*.

Formula algebrică a marginii inferioare determinată prin seturile minimale de tăieturi arată astfel:

$$R_{sistem} \geq R_F[1 - (1 - R_A)(1 - R_B)][1 - (1 - R_A)(1 - R_E)][1 - (1 - R_D)(1 - R_E)] \\ \times[1 - (1 - R_B)(1 - R_C)(1 - R_D)] \qquad (7)$$

Dacă $R_A = R_B = R_C = R_D = R_E = R_F = R$, atunci:

$$R_{sistem} \geq R^5(24 - 60R + 62R^2 - 33R^3 + 9R^4 - R^5).$$

◊