UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI

Instrumente Structurale
2007-2013

Platformă de e-learning și curriculă e-content pentru învățământul superior tehnic

Sisteme Tolerante la Defecte

11. Viteza de defectare, fiabilitatea si timpul mediu de defectare

Viteza de defectare, fiabilitatea şi timpul mediu până la defectare

Se consideră o singură componentă, dintr-un sistem complex, care este funcţională de la momentul $t = 0$ şi până când se defectează.
Toate defectările, care pot să apară, se presupune că sunt iremediabile şi au un caracter permanent.

Se notează, tradiţional, prin T durata de viaţă a componentei şi prin $f(t)$ şi $F(t)$ funcţia de densitate a probabilităţii a duratei de viaţă şi, respectiv, funcţia de distribuţie cumulativă a duratei de viaţă T.
Aceste funcţii sunt definite doar pentru $t \geq 0$, deoarece timpul de viaţă nu poate fi negativ şi sunt exprimate analitic astfel:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}, \;\; F(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau \tag{1}$$

Funcţia $f(t)$ reprezintă, probabilitatea de defectare la momentul t.

Astfel, pentru un interval de timp suficient de mic Δt, se poate scrie

$$f(t)\cdot \Delta t \approx \text{Prob}\{t \leq T \leq t + \Delta t\}.$$

Deoarece $f(t)$ este o funcţie densitate, aceasta trebuie să îndeplinească condiţiile:

$$f(t) \geq 0, \text{ pentru } t \geq 0 \text{ şi } \int_0^\infty f(t)dt = 1. \tag{2}$$

Funcţia $F(t)$ reprezintă probabilitatea defectării componentei la momentul t ori înaintea acestui moment t.

$$F(t) = \text{Prob}\{T \leq t\}$$

Fiabilitatea unei componente, notate prin $R(t)$, este probabilitatea ca respectiva componentă să supravieţuiască cel puţin până în momentul t este calculată prin expresia:

$$R(t) = \text{Prob}\{T > t\} = 1 - F(t) \tag{3}$$

Funcţia $f(t)$ este asociată probabilităţii defectării unei noi componente la momentul t, în viitor.

O noţiune cu mai multă semnificaţie este probabilitatea ca o componentă cu vârsta curentă t să se defecteze într-un moment ulterior după un timp, suficient de scurt, cu durata dt.

Aceasta este o probabilitate condiţionată, deoarece se cunoaşte faptul că respectiva componentă a supravieţuit cel puţin până în momentul t.

Probabilitatea aceasta condiţionată este reprezentată prin *viteza defectării* (numită de asemenea şi *viteza hazardului*) unei componente la momentul t, notată prin $\lambda(t)$, care este determinată astfel:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \tag{4}$$

Deoarece $\frac{dR(t)}{dt} = -f(t)$, relaţia (4) devine:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt} \tag{5}$$

Anumite tipuri de componente nu suferă vreo îmbătrânire, dar au o defectare care este constantă în timp, $\lambda(t) = \lambda$.

Pentru astfel de situaţii:

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\lambda R(t) \tag{6}$$

Iar soluţia acestei ecuaţii diferenţiale (cu condiţia la momentul iniţial $R(0) = 1$) este:

$$R(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{7}$$

În consecinţă, o viteză de defectare constantă implică faptul că durata vieţii T a unei componente are o distribuţie exponenţială, cu un parametru care este chiar viteza constantă a defectării λ:

$$f(t) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t},$$

$$F(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t} \text{ şi}$$

$$R(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t},$$

pentru $t \geq 0$.

În cazul unei componente ireparabile, timpul MTTF este egal cu media timpului de viaţă (media variabilei T este notată, tradiţional, prin $E[T]$):

$$MTTF = E[T] = \int_0^\infty t f(t) dt \tag{8}$$

Substituind $\frac{dR(t)}{dt} = -f(t)$ rezultă:

$$MTTF = -\int_0^\infty t \frac{dR(t)}{dt} dt = -tR(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty R(t)dt \tag{9}$$

(termenul – $tR(t)$ este nul atunci când $t = 0$ dar şi atunci când $t = \infty$, deoarece $R(\infty)=0$).

În cazul în care viteza defectării este constantă, pentru care:

$$R(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{10}$$

rezultă că:

$$MTTF = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \tag{11}$$