



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale
2007-2013



Platformă de e-learning și curriculum e-content pentru învățământul superior tehnic

Proiectarea Algoritmilor

5. Backtracking

Bibliografie

<http://ktiml.mff.cuni.cz/~bartak/constraints/intro.html>

Problema

	2		8	1		7	4	
7					3	1		
	9				2	8		5
		9		4			8	7
4			2		8			3
1	6			3		2		
3		2	7				6	
		5	6					8
	7	6		5	1		9	

SUDOKU

- Joc foarte la modă cu reguli foarte simple.
- Fiecare rând, coloană sau regiune nu trebuie să conțină decât o dată cifrele de la unu la nouă (Wikipedia).
- Prin trecerea în revistă a soluțiilor posibile pentru acest joc vom explora tehnicile de rezolvare backtracking și propagarea restricțiilor.

soluția 1 – generează și testează

- Generăm toate soluțiile posibile și le testăm.
- 43 spații de completat, 9 posibilități de completare pentru fiecare căsuță => 9^{43} soluții de testat.

1-9	2	1-9	8	1	1-9	7	4	1-9
7	1-9	1-9	1-9	1-9	3	1	1-9	1-9
1-9	9	1-9	1-9	1-9	2	8	1-9	5
1-9	1-9	9	1-9	4	1-9	1-9	8	7
4	1-9	1-9	2	1-9	8	1-9	1-9	3
1	6	1-9	1-9	3	1-9	2	1-9	1-9
3	1-9	2	7	1-9	1-9	1-9	6	1-9
1-9	1-9	5	6	1-9	1-9	1-9	1-9	8
1-9	7	6	1-9	5	1	1-9	9	1-9

soluția 2 – backtracking cronologic (orb) (I)

- **Construiește soluțiile iterativ.**
- **Menține evidența alegerilor** făcute.
- În momentul în care se ajunge la o **contradicție** se revine **la ultima decizie** luată și se încearcă alegerea unei alte variante.

soluția 2 – backtracking cronologic (orb) (II)

1								
2								
3								
4								
5	2		8	1		7	4	
7					3	1		
	9				2	8		5
		9		4			8	7
4			2		8			3
1	6			3		2		
3		2	7				6	
		5	6					8
	7	6		5	1		9	

					1			
					2			
		1						
		2						
		3						
5	2	3	8	1	6	7	4	9
7	4	8	5	9	3	1	2	6
6	9	1	4	7	2	8	3	5
2	3	9	1	4	5	6	8	7
4	5	7	2	6	8	9	1	3
1	6	∅		3		2		
3		2	7				6	
		5	6					8
	7	6		5	1		9	

Nu se găsește nici o soluție pe această cale deci trebuie să revenim.



soluția 2 – backtracking cronologic (orb) (III)

		1 2			1 2 3 4 5			
5	2	3	8	1	6	7	4	9
7	4	8	5	9	3	1	2	6
6	9	1	4	7	2	8	3	5
2	3	9	1	4	5	6	8	7
4	5	7	2	6	8	9	∅	3
1	6	∅		3		2		
3		2	7				6	
		5	6					8
	7	6		5	1		9	

Se încearcă schimbarea ultimei alegeri (în acest caz nu se poate deci revenim iar la alegerea precedentă).

		1 2 3 4 5			1 2 3 4 5			
5	2	3	8	1	6	7	4	9
7	4	8	5	9	3	1	2	6
6	9	1	4	7	2	8	3	5
	3							
2	5	9	1	4	5	6	8	7
4	5	7	2	6	8	9	∅	3
1	6	∅		3		2		
3		2	7				6	
		5	6					8
	7	6		5	1		9	

Găsim o nouă soluție posibilă și reluăm avansul.



soluția 2 – backtracking cronologic (orb) (IV)

- **Schema Backtracking**
- Soluție-parțială ← INIT // inițializez
- EȘEC-DEFINITIV ← fals // nu am ajuns la eșec
- **Cât timp** Soluție-parțială nu este soluție finală și nu avem EȘEC-DEFINITIV
 - Soluție-parțială ← AVANS (Soluție-parțială) // avansez
 - Dacă EȘEC (Soluție-parțială) // nu mai pot avansa
 - atunci REVENIRE (Soluție-parțială) // mă întorc
- Dacă EȘEC-DEFINITIV // nu s-a găsit nicio soluție
 - atunci Întoarce EȘEC
- altfel Întoarce SUCCES // am ajuns la soluția problemei
- Sfârșit.

- **Procedura AVANS (Soluție-parțială)**
 - Dacă există alternativă de extindere // pot avansa?
 - Atunci Soluție-parțială ← Soluție-parțială ∪ alternativă de extindere // avansez
 - Altfel Dacă Soluție-parțială este INIT
 - atunci EȘEC-DEFINITIV ← adevărat // nu s-au găsit soluții pentru problemă
 - altfel EȘEC (Soluție-parțială) // ramura curentă a dus la eșec



backtracking – optimizări posibile (I)

- Alegerea variabilelor în altă ordine.
- Îmbunătățirea revenirilor.
 - Necesită detectarea **cauzei producerii erorii**.
- Evitarea redundanțelor în spațiul de căutare (îmbunătățirea avansului).
 - Evitarea repetării unei căutări care știm că va duce la un rezultat greșit.

backtracking – optimizări posibile (II)

Îmbunătățirea revenirilor

Revenire la alegerea variabilei
care a cauzat eșecul (8 nu poate
fi pus decât la poziția indicată).

		1 2 3 4 5						
5	2	3	8	1	6	7	4	...
7	4	8	5	9	3	1	2	6
6	9	1	4	7	2	8	3	5
2	3	9	1	4	5	6	8	7
4	5	7	2	6	8	9	1	3
1	6	8		3		2		
3		2	7				6	
		5	6					8
	7	6		5	1		9	

backtracking – optimizări posibile

(III)

Evitarea redundanțelor în spațiul de căutare

Alegerea lui 8 pe această poziție va produce un eșec în viitor indiferent de celelalte alegeri făcute deci în cazul revenirii în această poziție nu are sens să facem această alegere.

		1			1			
		2			2			
		3			3			
		4			4			
		5			5			
5	2	3	8	1	6	7	4	...
7	4	8	5	9	3	1	2	6
6	9	1	4	7	2	8	3	5
2	3	9	1	4	5	6	8	7
4	5	7	2	6	8	9	1	3
1	6	∅		3		2		
3		2	7				6	
		5	6					8
	7	6		5	1		9	