Notite

CURS7

Filtre active cu AO

Filtrele sunt dispozitive electronice care permit rejectarea (atenuarea) selectiva a semnalelor in functie de parametrul frecvență.

Din punctul de vedere al implementarii deosebim:

- filtre realizate cu componente pasive (R,L,C)
- filtre realizate cu componente pasive si active (TBJ, TEC, AO)
- filtre digitale.

Fata de filtrele pasive, filtrele active ptrzinta o serie de avantaje:

- gabarit si greutate redusa(valori uzuale ale componentelor pasive sunt mici chiar si la valori mici ale frecventei)
- posibilitatea realizarii unor functii de transfer cu polii situati oriunde in semiplanul stang al planului complex
- posibilitatea acoperirii domeniului de frecventa cu componente passive R,C
- amplificarea semnalului in banda de trecere

Filtrele digitale sunt mult mai flexibile, putand fi realizate prin software, pot realiza filtrari mai comlexe dar nu pot acoperii toata gama de frecventa dorita in anumite aplicatii (impediment datorat in special frecventei de lucru a microsistemelor)

Clasificarea filtrelor cu circuite integrate dupa modul de implmentare:

- filtre cu AOI ($A_u \to \infty$)
- filtre cu AO (A_u<20dB)
- filtre cu CIN(convertor de impedanta negativa)
- filtre cu giratoare
- filtre cu multiplicatoare de tensiune
- filtre cu bucla PLL (bucla de reglare automata cu calare de faza)

Din punctul de vedere al atenuarii unor benzi de frecventa filtrele pot fi clasificate in :

- filtre trece jos (FTJ)
- filtre trece banda (FTB)
- filtre trece sus (FTS)
- filtre trece tot (FTT) - filtre care modifica doar faza
- filtre rejector de banda(FRB)

Filtrele cu AO cu un singur pol sunt in general neeconomice. Principalele exemplele care vor fi date sunt filtre cu doi poli complecsi conjugati, filtrele de ordin superior fiind obtinute prin conectarea in cascada a celor de ordin inferior.

Functii de transfer specifice filtrelor

Orice functie de transfer de ordinul N, avand poli complex conjugati poate fi descompusa sub forma:

$$H(s) = H_0(s)\prod_{k=1}^{M}\frac{a_{2k}s^2 + a_{1k}s + a_{0k}}{s^2 + b_{1k}s + b_{0k}}$$

$$H_0(s) = \begin{cases} \dfrac{a_{10}s + a_{00}}{b_{10}s + b_{00}} & \to N = impar \\ 1 \to N = par \end{cases}$$

Rezulta evident ca pentru implementarea unei functii de transfer a unui filtru de ordinul N este suficient sa se poata implementa o functie de transfer de forma bipatrata

Notite

$$H_B(s)=\frac{a_2s^2+a_1s+a_0}{s^2+b_1s+b_0}=\frac{a_2(s-z_1)(s-z_2)}{(s-p_1)(s-p_2)}$$

unde z1,z2 sunt zerourile complex conjugate ($z_1=z_2^*$) ale functiei de transfer, iar p1,p2 reprezinta polii complex conjugati ($p_1=p_2^*$) ai functiei de transfer.

Circuitul care realizeaza o astfel de functie de transfer se mai numeste si **biquad.**

Dupa transformari elementare functia de transfer poate fi pusa sub forma :

$$H_B(s)=K\frac{s^2+\frac{\omega_z}{Q_Z}s+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_p}{Q_p}s+\omega_p^2}$$

unde $\begin{aligned}\omega_z&=\sqrt{\mathrm{Im}^2(z_1)+\mathrm{Re}^2(z_1)}\\ \omega_p&=\sqrt{\mathrm{Im}^2(p_1)+\mathrm{Re}^2(p_1)}\end{aligned}$ sunt pulsatiile zeroului respectiv polului

iar $\begin{aligned}Q_z&=\frac{\omega_z}{2\,\mathrm{Re}(z_1)}\\ Q_p&=\frac{\omega_p}{2\,\mathrm{Re}(p_1)}\end{aligned}$ sunt factorii de calitate ai zeroului respectiv polului

In literatura de specialitate se mai utilizeaza si notatiile: $\alpha_{Z(p)}=\frac{1}{Q_{Z(p)}}$

Factorul de proportionalitate K=a_2 se mai noteaza cu H_0

Pulsatiile zeroului si polului functiei de transfer sunt apoximativ egale cu pulsatiile de minim si respectiv maxim ale modulului functiei de transfer. Factorii de calitate determina selectivitatea filtrului. Un Q_Z mare determina o rejectie mare in banda de atenuare, respectiv un Qp mare determina o amplificare mare in banda de trecere a modulului functiei de transfer.

Se poate observa ca, in regim stationar:

$$\left|H(j\omega)\right|_{\omega\to 0}=\left|K\right|\frac{\omega_Z^2}{\omega_p^2}$$

$$\left|H(j\omega)\right|_{\omega\to \infty}=\left|K\right|$$

Tipuri de functii de transfer pentru filtre :

Pentru fiecare tip de filtru va fi prezentat un exemplu de raspuns

FTJ de ordinul unu

$$H(s)=\frac{H_0\omega_0}{s+\omega_0}$$

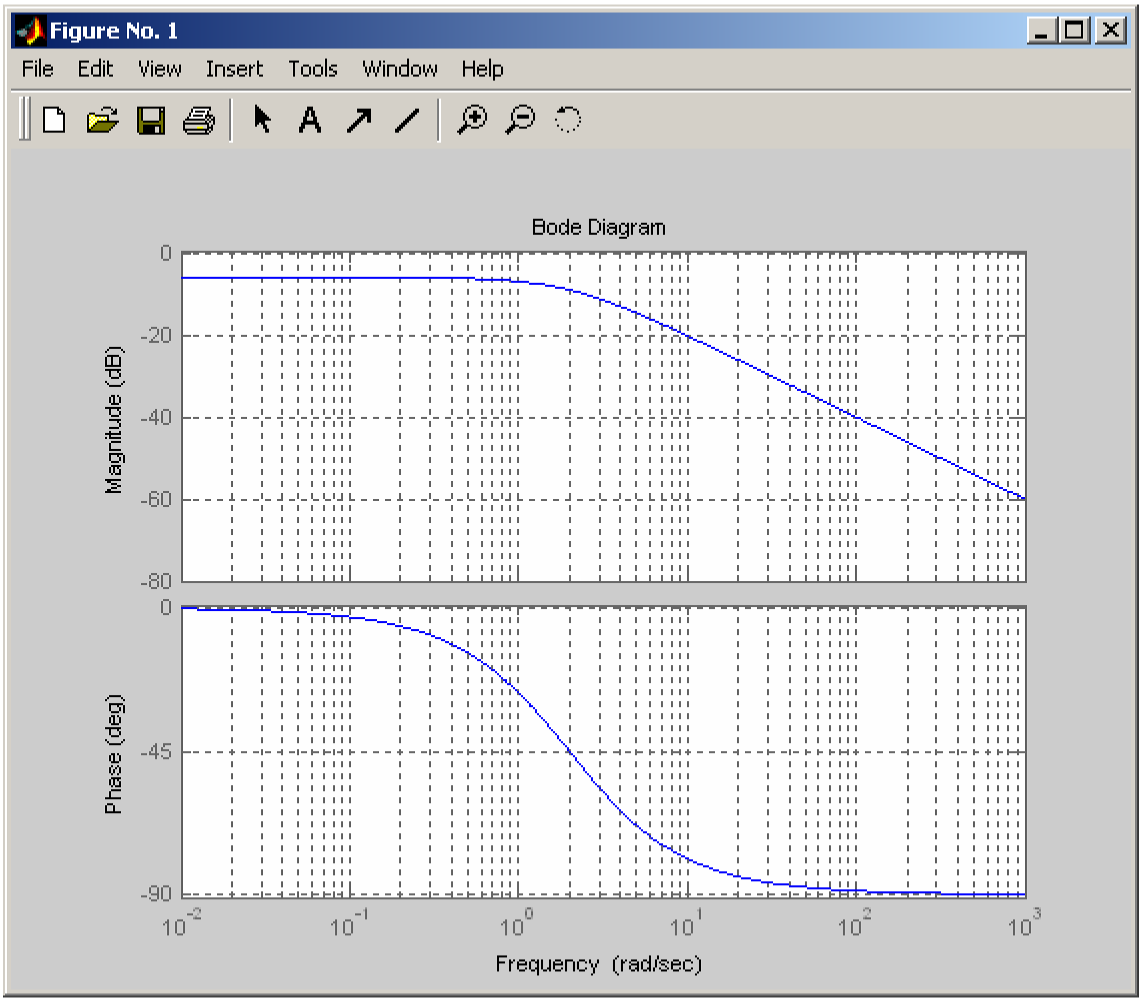
$$\left|H(j\omega)\right|=\frac{H_0\omega_0}{\sqrt{\omega^2+\omega_0^2}}$$

$$\varphi=-\mathrm{arctg}\frac{\omega}{\omega_0}$$

num=[1] ;
den=[1 2] ;
d1=-2;
d2=3;
w=logspace(d_1, d_2, 1000) ;

Notite

```
bode(num, den, w);
grid
```



FTJ de ordinul doi

$$H(s) = \frac{H_0\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0\omega_0^2}{-\omega^2 + j\omega\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} = \frac{H_0\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega\omega_0}{Q})^2}}$$

$$\varphi = -\text{arctg}\frac{\omega\omega_0}{Q(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Valoarea pulsatiei pentru care se atinge un maxim al modulului functiei de transfer se obtine din rezolvarea ecuatiei :

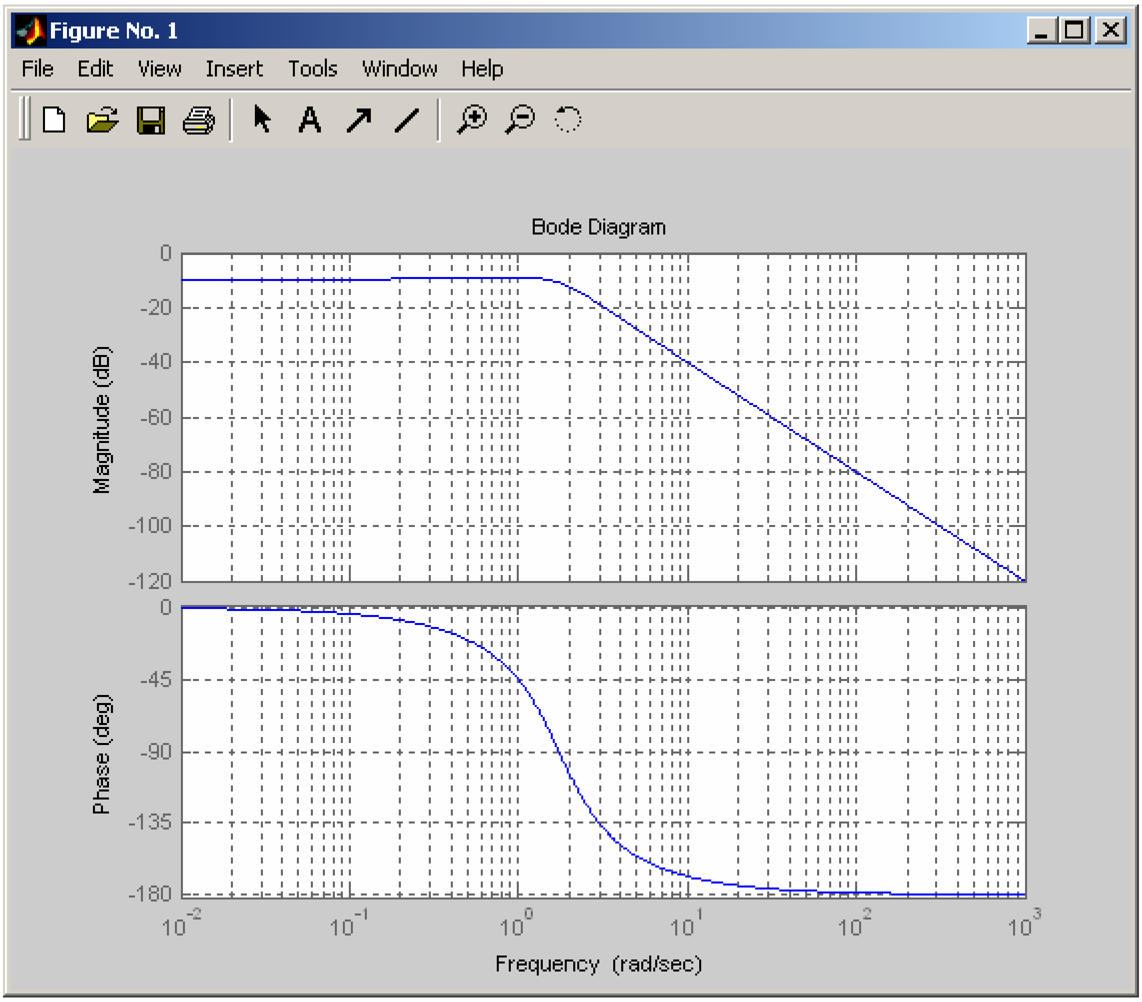
$$\frac{d|H(j\omega)|}{d\omega} = 0 \text{ ceea ce conduce la solutia : } \omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \approx \omega_0$$

(Sa tinut cont ca Q are o valoare relativ mare)

```
num=[1] ;
den=[1 2 3] ;
```

Notite

```
d1=-2;
d2=3;
w=logspace(d1, d2, 1000) ;
bode(num, den, w);
grid
```



FTS de ordinul unu

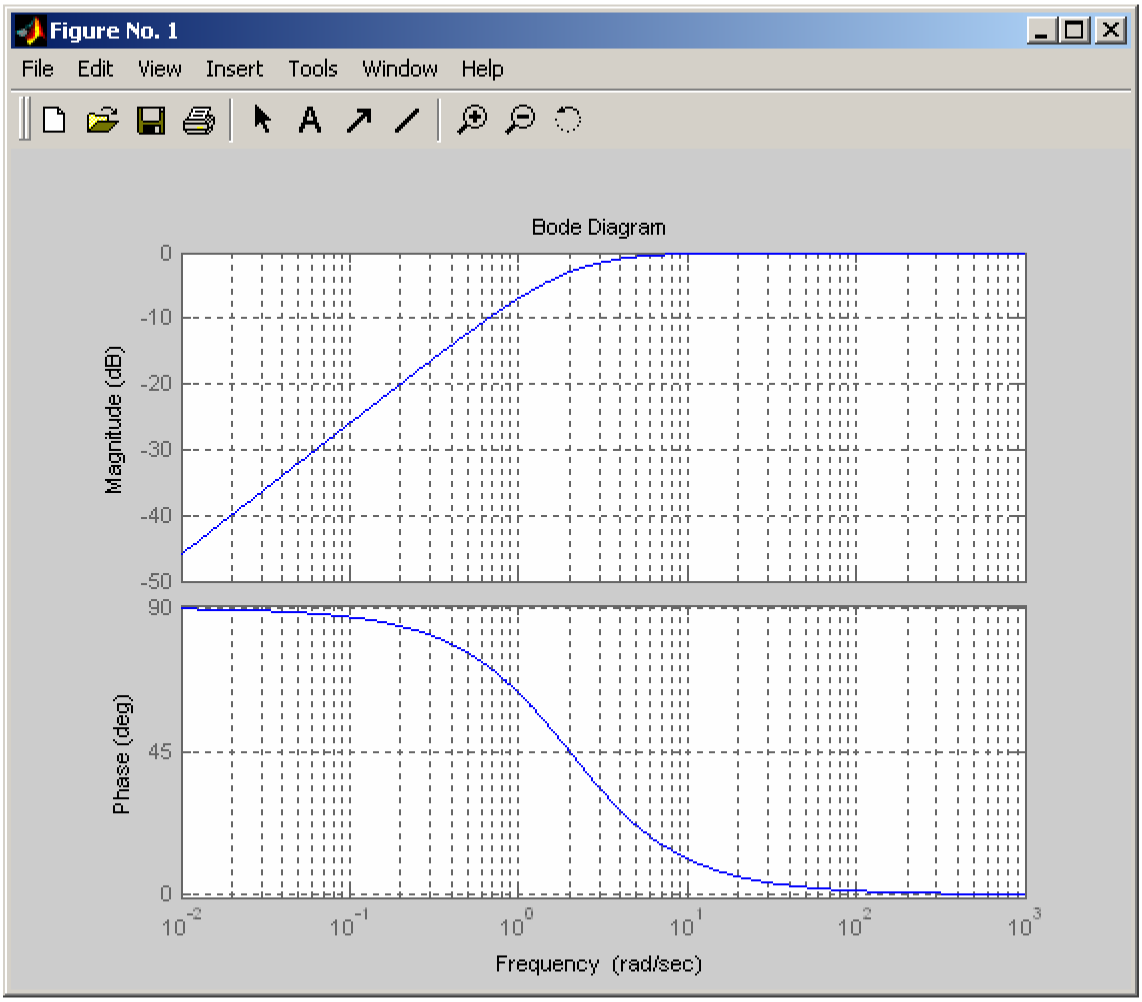
$$H(s) = \frac{H_0 s}{s + \omega_0}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0 \omega}{\sqrt{\omega^2 + \omega_0^2}}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega_0}{\omega}$$

```
num=[1 0] ;
den=[1 2] ;
d1=-2;
d2=3;
w=logspace(d1, d2, 1000) ;
bode(num, den, w);
grid
```

Notite



FTS de ordinul doi

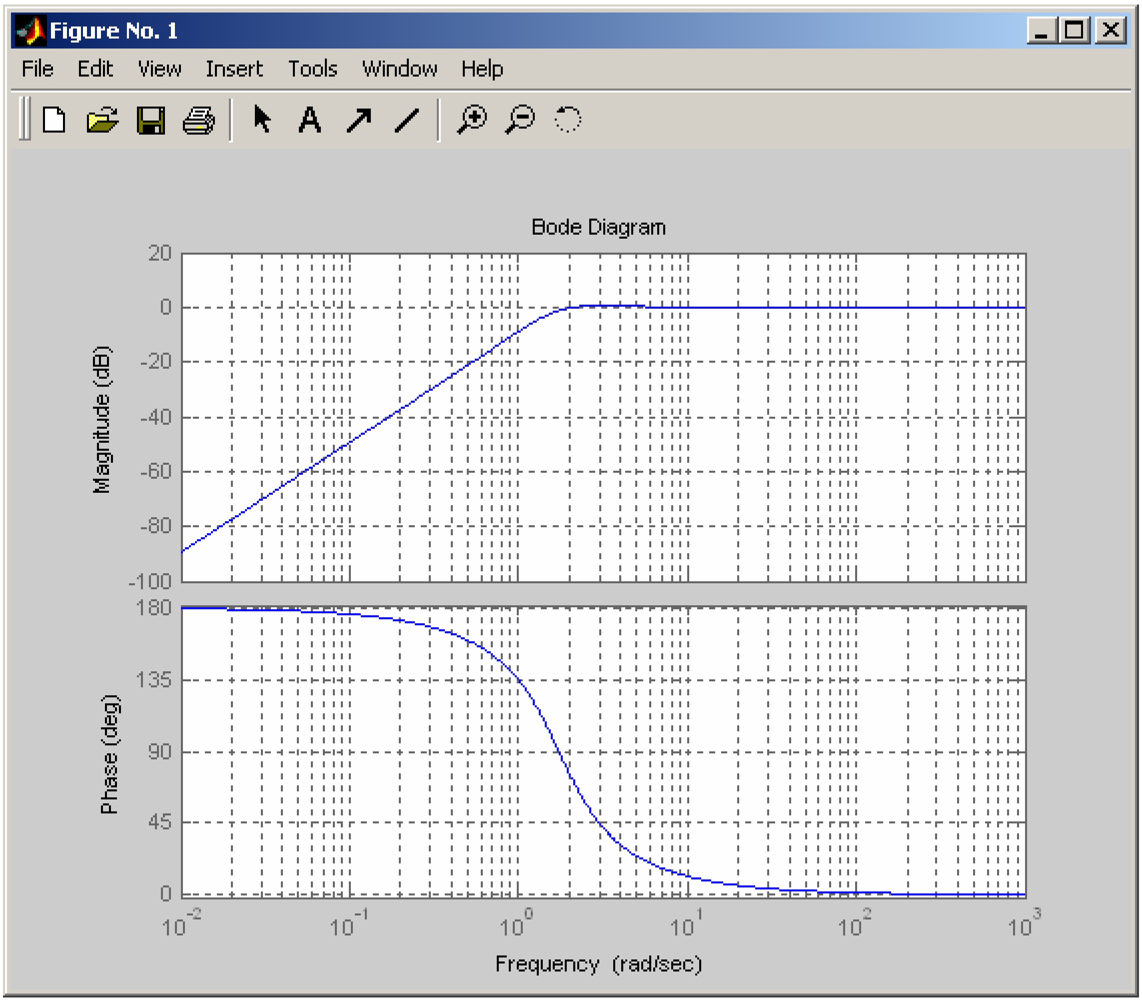
$$H(s) = \frac{H_0 s^2}{s^2 + \dfrac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{-H_0\omega^2}{-\omega^2 + j\omega\dfrac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} = \frac{H_0\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\dfrac{\omega\omega_0}{Q})^2}}$$

$$\varphi = \pi - \mathrm{arctg}\frac{\omega\omega_0}{Q(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

num=[1 0 0] ;
den=[1 2 3] ;
d1=-2;
d2=3;
w=logspace(d_1, d_2, 1000) ;
bode(num, den, w);
grid

Notite



FRB de ordinul doi

$$H(s) = H_0 \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega\omega_0}{Q})^2}}$$

Se observa ca

$|H(j\omega)| = H_0$ cand $\omega \to 0$ sau ∞

$|H(j\omega)| = 0$ cand $\omega = \omega_0$

Se poate determina banda de trecere a filtrului (la o scadere cu 3dB a caracteristicii)

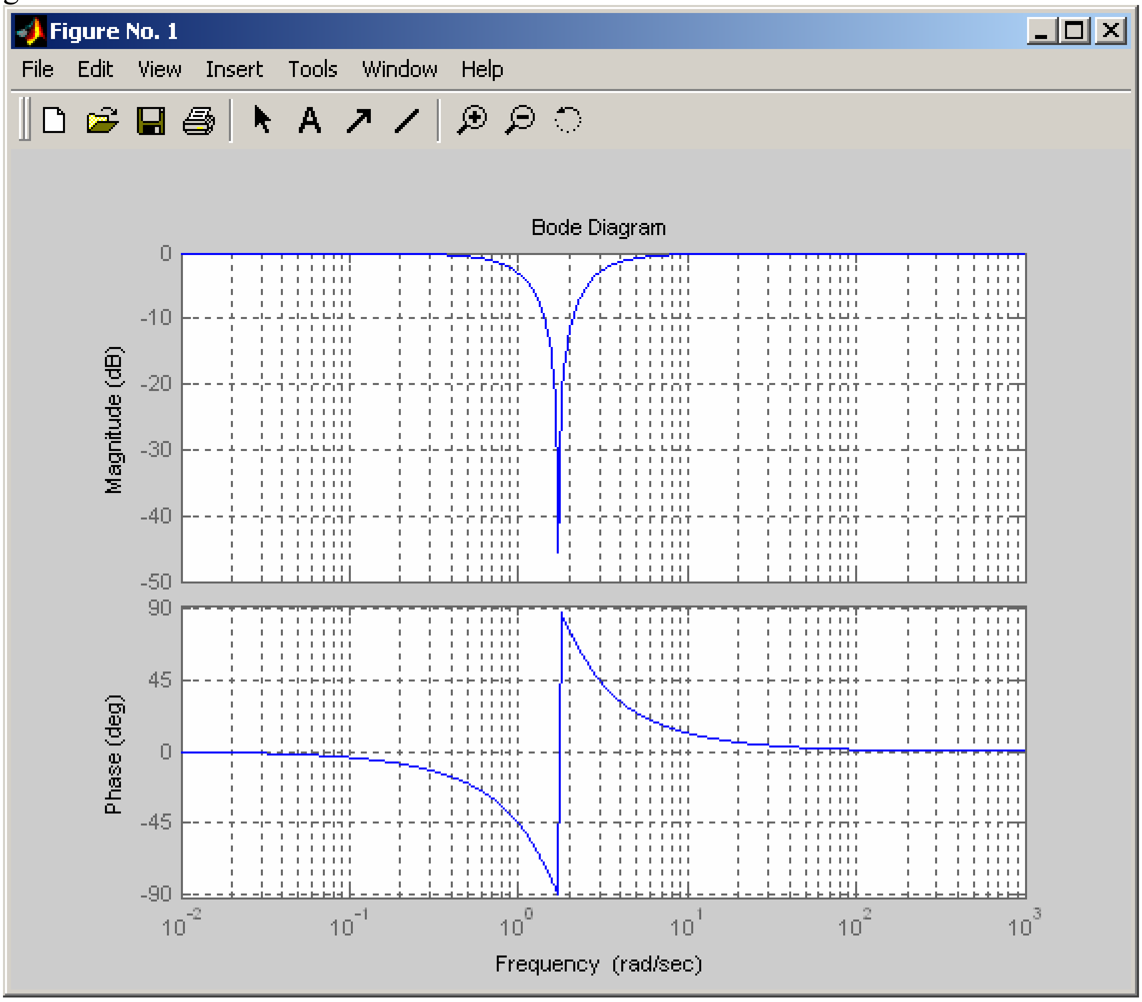
$$BT = \frac{\omega_0}{Q}$$

Filtrul rejector de banda poate fi considerat ca fiind realizat din sumarea a doua filter, FTJ si FTS (explicabil si saltul de faza al filtrului FRB)

```
num=[1 0 3] ;
den=[1 2 3] ;
d1=-2;
d2=3;
```

Notite

w=logspace(d_1, d_2, 1000) ;
bode(num, den, w);
grid



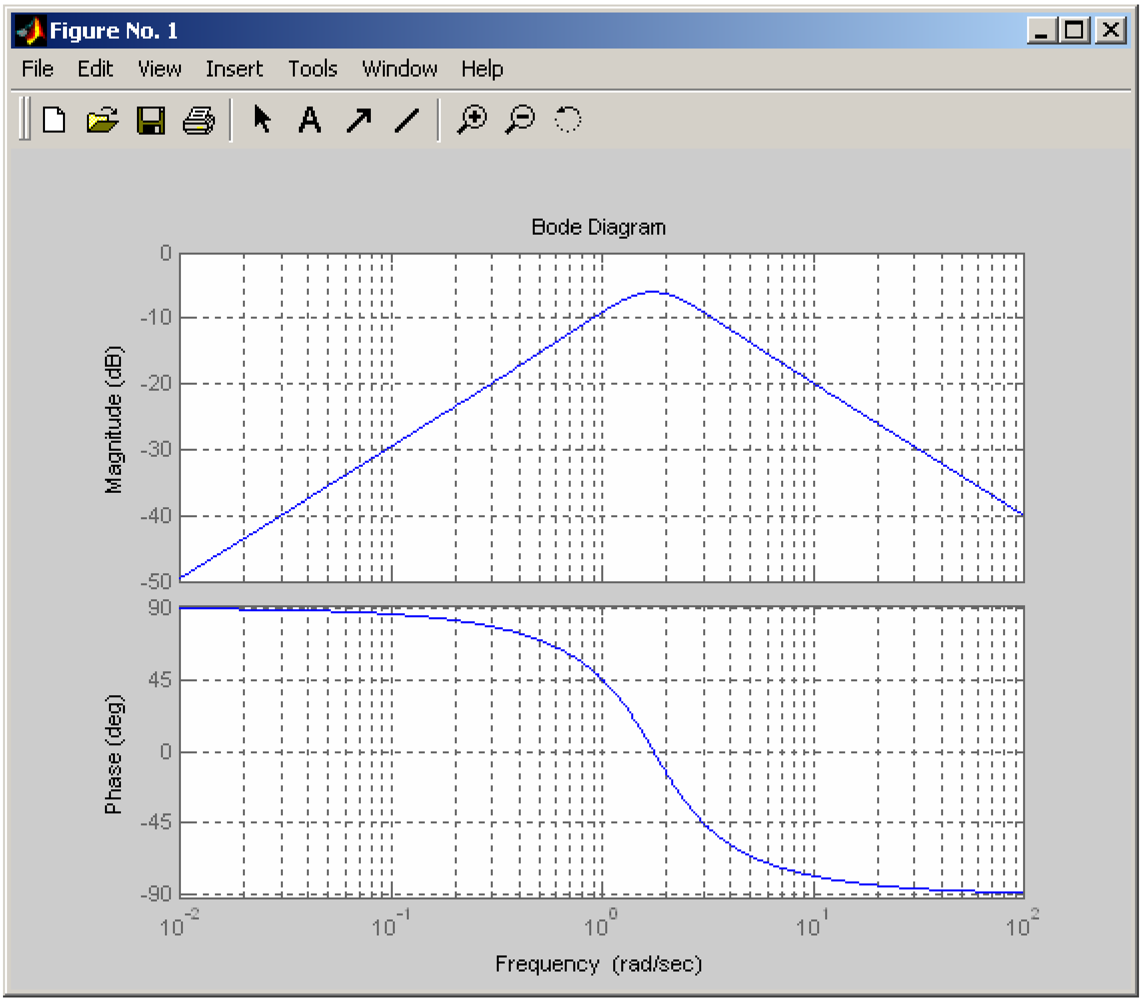
FTB de ordinul doi

$$H(s) = \frac{H_0 s \frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0 \frac{\omega\omega_0}{Q}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega\omega_0}{Q})^2}}$$

num=[1 0] ;
den=[1 2 3] ;
d1=-2;
d2=2;
w=logspace(d_1, d_2, 1000) ;
bode(num, den, w);
grid

Notite



FTT de ordinul unu (amplificatoar de curent alternativ)

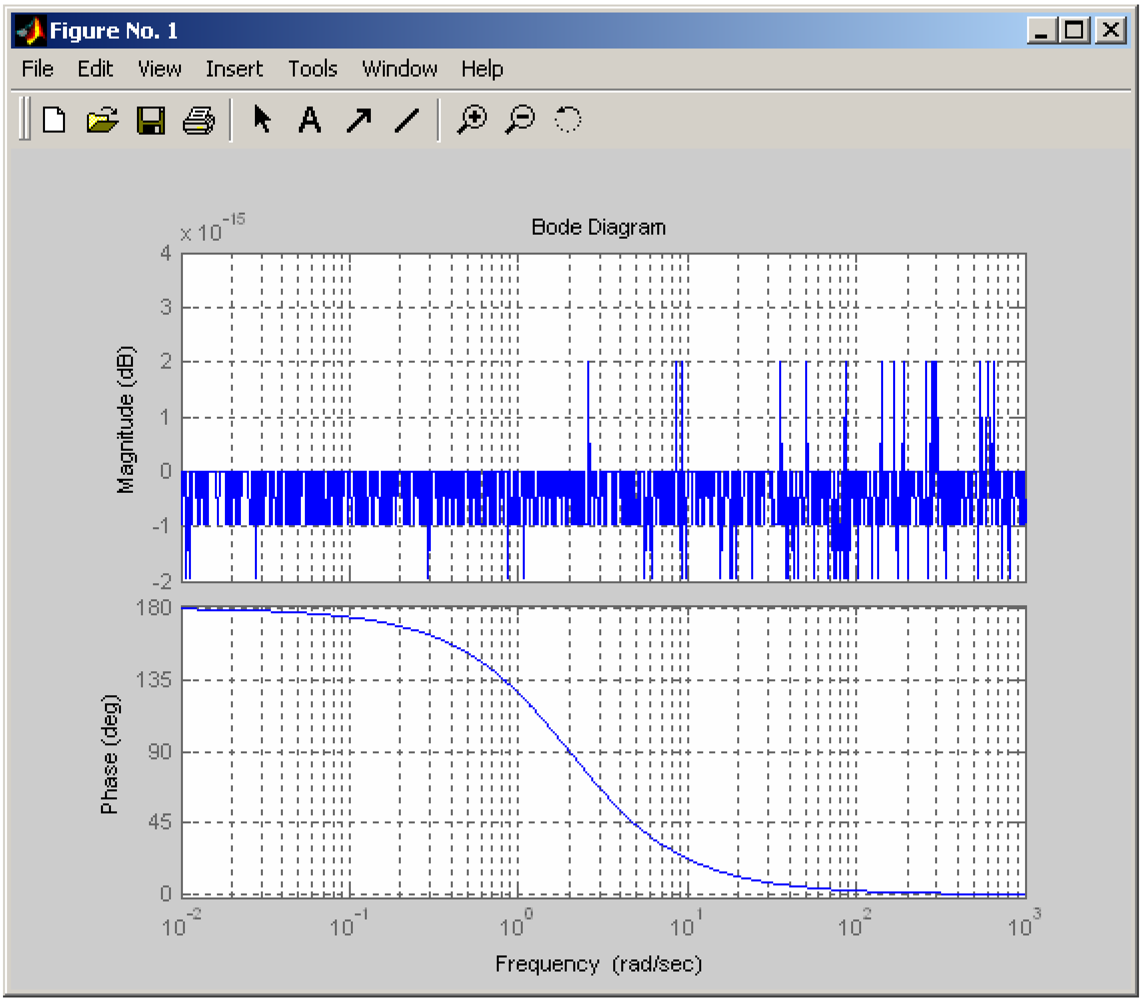
$$H(s) = H_0 \frac{s - \omega_0}{s + \omega_0}$$

$$\left|H(j\omega)\right| = \left|H_0 \frac{(-j\omega + \omega_0)(j\omega - \omega_0)}{\omega_0^2 + \omega^2}\right| = H_0$$

$$\varphi = -2\mathrm{arctg}\frac{\omega}{\omega_0}$$

num=[1 -2] ;
den=[1 2] ;
d1=-2;
d2=3;
w=logspace(d_1, d_2, 1000) ;
bode(num, den, w);
grid

Notite

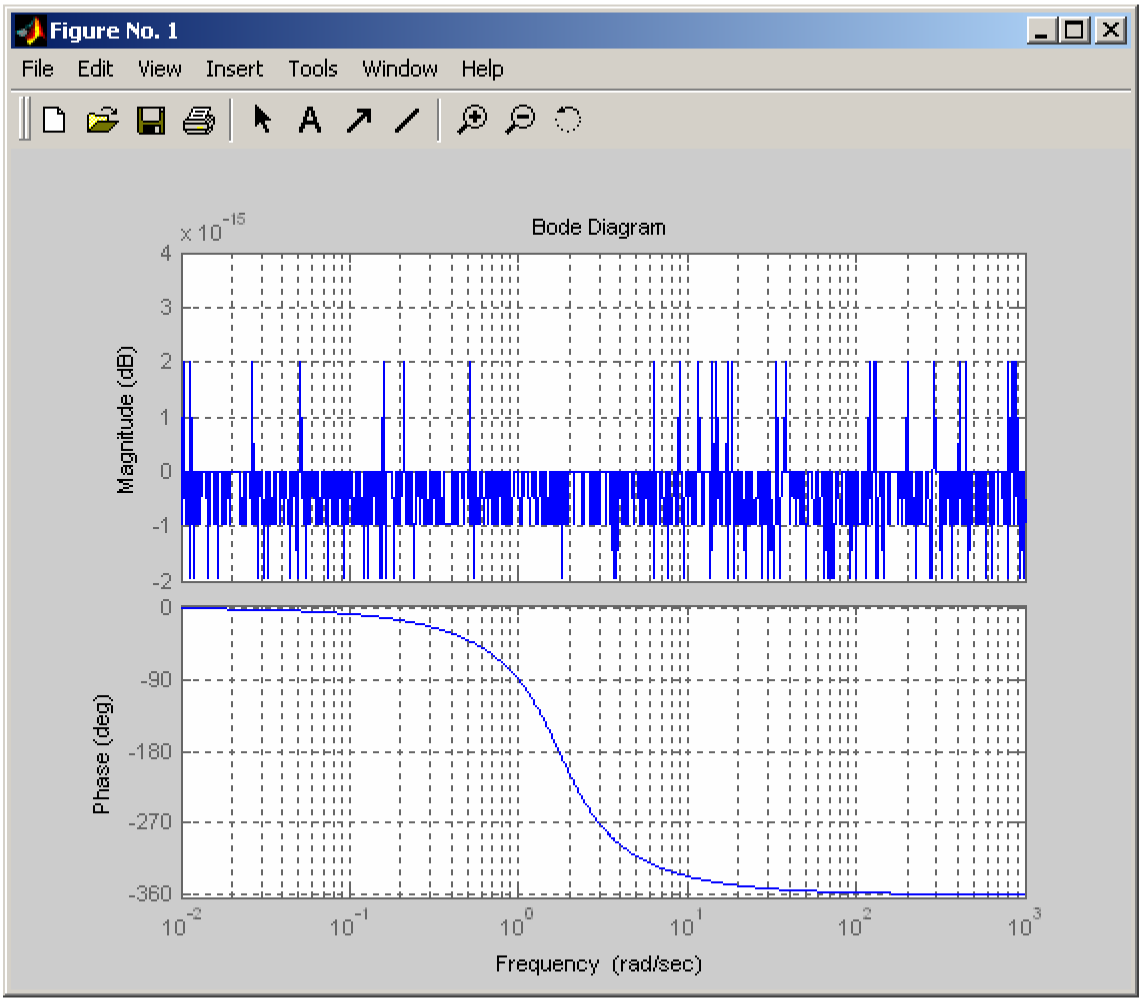


FTT de ordinul doi – cu functia de transfer sub forma biquad

$$H(s) = H_0 \frac{s^2 - s\dfrac{\omega_0}{Q} + \omega^2}{s^2 + \dfrac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

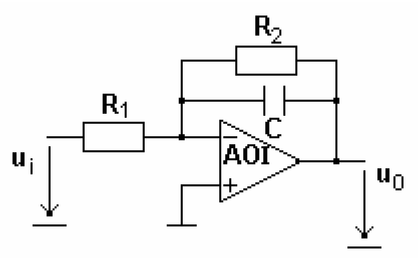
num=[1 -2 3] ;
den=[1 2 3] ;
d1=-2;
d2=3;
w=logspace(d_1, d_2, 1000) ;
bode(num, den, w);
grid

Notite



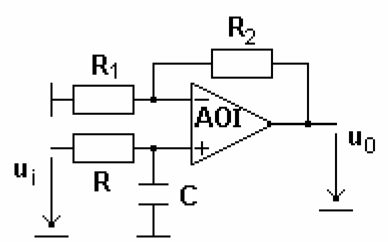
Exemple de filtre de ordinul unu

FTJ:



$$H(s) = -\frac{R_2 // \frac{1}{sc}}{R_1} = -\frac{R_2 \frac{1}{sc}}{R_2 + \frac{1}{sc}} \frac{1}{R_1} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + R_2 Cs} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{R_2 C}}{s + \frac{1}{R_2 C}};$$

$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}; \quad \omega_0 = \frac{1}{R_2 C}$$

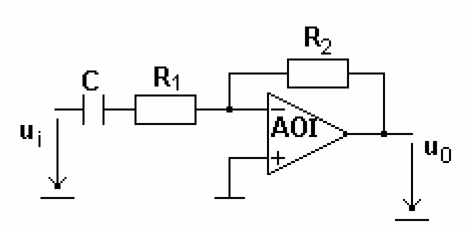


Notite

$$H(s)=(1+\frac{R_2}{R_1})\frac{1}{1+RCs}=\frac{(1+\frac{R_2}{R_1})\frac{1}{RC}}{s+\frac{1}{RC}}$$

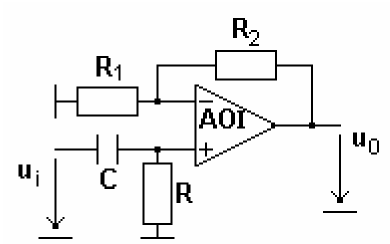
$$\mathrm{H}_0=1+\frac{R_2}{R_1};\quad \omega_0=\frac{1}{RC}$$

FTS:



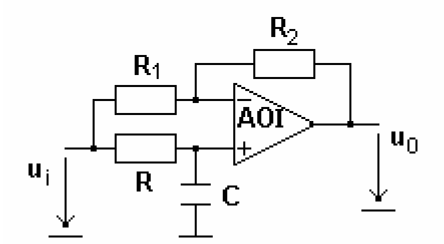
$$H(s)=-\frac{R_2}{R_1+\frac{1}{sC}}=-\frac{R_2 sC}{R_1 sC+1}=-\frac{\frac{R_2}{R_1}s}{s+\frac{1}{R_1 C}}$$

$$\mathrm{H}_0=-\frac{R_2}{R_1};\quad \omega_0=\frac{1}{R_1 C}$$



$$H(s)=\frac{(1+\frac{R_2}{R_1})s}{s+\frac{1}{RC}};\quad \mathrm{H}_0=1+\frac{R_2}{R_1};\quad \omega_0=\frac{1}{RC}$$

FTT:



$$H(s)=-\frac{R_2}{R_1}+\frac{1}{RCs+1}(1+\frac{R_2}{R_1})=\frac{-R_2RCs-R_2+R_1+R_2}{R_1(RCs+1)}=\frac{-\frac{R_2}{R_1}(s-\frac{1}{RC})}{s+\frac{1}{RC}}$$

$$\mathrm{H}_0=-\frac{R_2}{R_1};\quad \omega_0=\frac{1}{RC}$$