CURS 6

Convertoare de impedanta

Convertoare de impedanță negativă

Privit ca un cuadripol, convertorul de impedanță negativă este caracterizat prin sistemul matricial de mai jos, ecuațiile fiind scrise cu parametrii g

Figura 6.1

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \qquad (1) \qquad \begin{cases} i_1 = g_{11}u_1 + g_{12}i_2 \\ u_2 = g_{21}u_1 + g_{22}i_2 \end{cases}$$

Acest cuadripol are proprietatea că impedanța văzută la una din perechile sale de borne este proporțională cu valoarea negativă a impedanței conectată la cealaltă pereche de borne

Figura 6.2

Din (1) $\Rightarrow u_1 = u_2$

$i_1 = Ki_2$

$$u_2 = -Zi_2 \qquad \Rightarrow \qquad Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{i_1} = -\frac{Z}{K}$$

Figura 6.3

$Z_{ies} = \frac{u_2}{i_2} = -ZK$

O metodă de realizare a unui covertor de impedanță negativă este prezentată in figura 6.4.

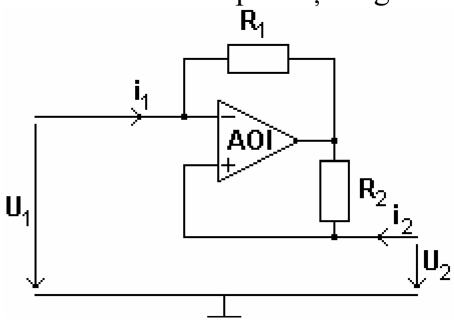

Figura 6.4

Trebuie remarcat că reacția globală a acestei scheme trebuie să fie negativă, altfel circuitul are tendința de instabilitate. În aceste condiții:

$u_1 = u_2$

$$i_1R_1 = i_2R_2 \qquad \Rightarrow K = \frac{R_2}{R_1}$$

Exemplu:

Să se calculeze Z_{int} pentru schema de mai jos:

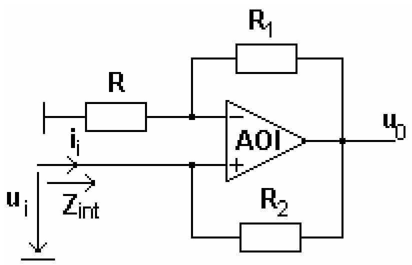

Figura 6.5

Schema este un CIN cu rezistență cuplată la intrarea cuadripolului echivalent R_1. Dar schema poate fi interpretată şi ca un amplificator neinversor cu o impedantă cuplată între intrare şi ieşire. În aceste condiții:

$$A = \frac{u_0}{u_i} = 1 + \frac{R_1}{R}$$

Pe de altă parte, deoarece impedanța de intrare a AO este infinită (AOI) rezultă :

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_i}{i_i} = \frac{u_i}{\dfrac{u_i - u_0}{R_2}} = \frac{u_i}{\dfrac{u_i - Au_i}{R_2}} = \frac{R_2}{1 - A} = -\frac{R_2}{R_1}R$$

Un alt exemplu de CIN cu impedanță cuplată pe ieşire:

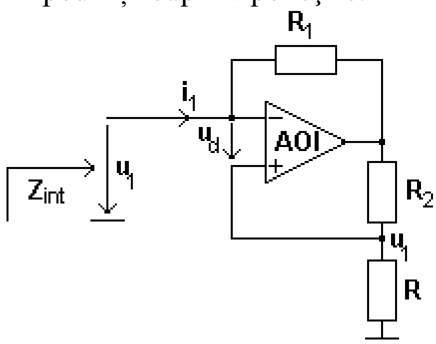

Figura 6.6

Circuitul avand reactie negativa rezulta ca : $u_d = 0$. Tinand cont de divizorul de la iesire rezulta :

$$u_0 \frac{R}{R_2 + R} = u_1$$

Pe de altă parte:

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{\dfrac{u_1 - u_0}{R_1}} = \frac{u_1 R_1}{u_1 - u_1 \dfrac{R_2 + R}{R}} = -\frac{R_1 R}{R_2} = -\frac{R}{\dfrac{R_2}{R_1}}$$

Se noteaza cu $K = \dfrac{R_2}{R_1}$

Rezultatele obținute în exemplele prezentate se bazează pe ipoteza că amplificatorul este ideal. În cazul în care se consideră că produsul amplificare-bandă de frecvență este finită atunci impedanța prezintă şi un caracter inductiv.

În aceste condiții:

$$u_1 = u_d + u_0 \frac{R}{R_2 + R} = u_0\left(-\frac{1}{A_0} + \frac{R}{R_2 + R}\right) \qquad (u_0 = -u_d A_0)$$

$$Z_{int} = \frac{u_1 R_1}{u_1 - u_0} = \frac{R_1}{1 - \frac{1}{-\frac{1}{A_0} + \frac{R}{R_2 + R}}} \cong -R_1\left(-\frac{1}{A_0} + \frac{R}{R_2 + R}\right)$$

Pe de altă parte amplificarea în buclă deschisă A0 depinde de frecvență (vezi cursul 2)

$$A_0 = \frac{A_0^{'}}{1 + j\frac{f}{f_s}}$$

Înlocuind se obține pentru impedanța de intrare expresia:

$$Z_{int} = \frac{R_1}{A_0^{'}} - \frac{R_1 R}{R_2 + R} + j\frac{f}{f_s}\frac{R_1}{A_0^{'}} = R_{echiv} + j\omega L_{echiv}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$R_{echiv} = \frac{R_1}{A_0^{'}} - \frac{R_1 R}{R_2 + R} \qquad L_{echiv} = \frac{R_1}{2\pi f_s A_0^{'}}$$

Aplicatie: buffer cu impedanta negativa

Figura 6.7 (in anexa de figuri)

Convertoare de impedanțe complexe

Giratorul este un alt cuadripol folosit şi pentru transformarea impedanţelor complexe. Simbolurile utilizate pentru giratoare sunt prezentate mai jos:

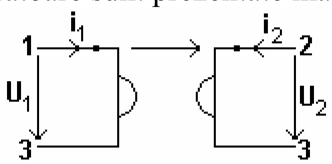

Figura 6.8a

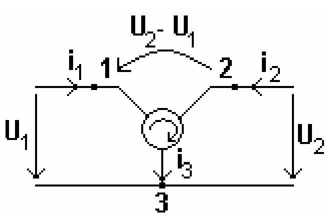

Figura 6.8b

Ecuația matricială (cu parametrii y) a caracteristicii de transfer este :

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & G \\ -G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = y_{11}u_1 + y_{12}u_2$$

$$I_2 = y_{21}u_1 + y_{22}u_2$$

O proprietate a giratoarelor este caracteristica de transfer identica obținută prin rotirea bornelor 1-2-3 ale cuadripolului în sensul săgeții indicate în figura 6.8b

Adica transferul $1 \rightarrow 2\big|_{3=masa}$ identic cu $2 \rightarrow 3\big|_{1=masa}$ identic cu $3 \rightarrow 1\big|_{2=masa}$

Exemplu:

Considerăm cuadripolul cu notațiile din figura 6.8b

Se pot scrie ecuațiile:

$$\begin{cases} i_1 = Gu_2 \\ i_2 = -Gu_1 \\ i_3 = i_1 + i_2 \end{cases}$$

Prin rotirea cuadripolului se obține schema din Figura 6.9

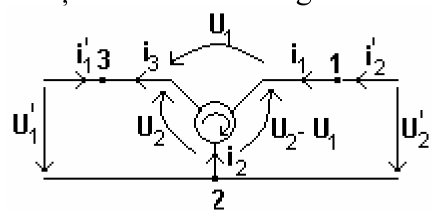

Figura 6.9

Rezultă :

$$\begin{aligned} i_1^{'} &= -i_3 & &\Rightarrow i_2 = i_3 - i_1 = -i_1^{'} - i_2^{'} \\ i_2^{'} &= i_1 & &\Rightarrow i_1 = i_2^{'} \\ u_1^{'} &= -u_2 & &\Rightarrow u_2 = -u_1^{'} \\ u_2^{'} &= -(u_2 - u_1) & &\Rightarrow u_1 = u_2^{'} + u_2 = u_2^{'} - u_1^{'} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_2^{'} = -Gu_1^{'} \\ -i_1^{'} - i_2^{'} = -G(u_2^{'} - u_1^{'}) \end{cases} \Rightarrow i_1^{'} = Gu_2^{'}$$

Conversia unei impedanțe se poate realiza prin cuplarea sa la cuadripol atât la intrare cât şi la ieşire, conversia fiind proporțională cu $\frac{1}{G^2}$

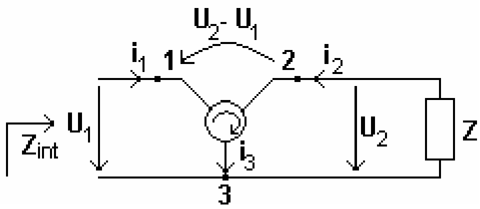

Figura 6.10

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} i_1 = Gu_2 \\ i_2 = -Gu_1 \\ u_2 = -Zi_2 \end{cases}\right\} \Rightarrow u_2 = +ZGu_1 \qquad \frac{u_2}{u_1} = ZG$$

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{Gu_2} = \frac{1}{G^2 Z}$$

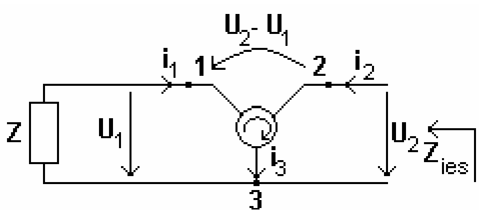

Figura 6.11

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = Gu_2 \\ i_2 = -Gu_1 \\ u_1 = -Zi_1 \end{cases} \Rightarrow u_1 = -ZGu_2 \qquad \frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{ZG}$$

$$Z_{ies} = \frac{u_2}{i_2} = \frac{u_2}{-Gu_1} = \left(-\frac{1}{G}\right)\left(-\frac{1}{ZG}\right) = \frac{1}{ZG^2}$$

Obținerea, cu ajutorul giratoarelor, a unei impedanțe la care cele două borne sunt flotante se realizează cu schema din figura 10

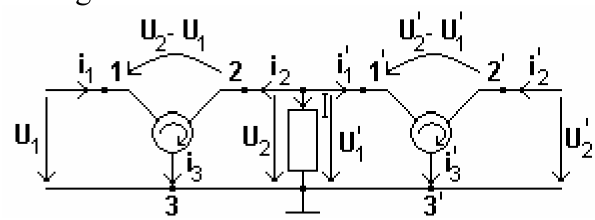

Figura 6.12

Avem relațiile :

I	$u_2 = u_1^{'}$
II	$i_2 + i_1^{'} + I = 0 \qquad u_2 = ZI$
III	$i_1 = Gu_2$
IV	$i_2 = -Gu_1$
V	$i_1^{'} = Gu_2^{'}$
VI	$i_2^{'} = -Gu_1^{'}$

Din III , I si VI : $i_1 = Gu_2 = Gu_1^{'} = G\left(-\frac{i_2^{'}}{G}\right) = -i_2^{'}$

În aceste condiții impedanta care se vede intre borna 1 si 2‘ este :

$Z_{12^{'}} = \frac{u_1 - u_2^{'}}{i_1} = \frac{\frac{u_2}{ZG}}{Gu_2} = \frac{1}{ZG^2}$ adica sa dedus relatia numaratorului din relatiile II, IV, V :

$$-Gu_1 + Gu_2^{'} + \frac{u_2}{Z} = 0 \quad \Rightarrow u_1 - u_2^{'} = \frac{u_2}{ZG}$$

Exemple de giratoare

Exemplu. 1

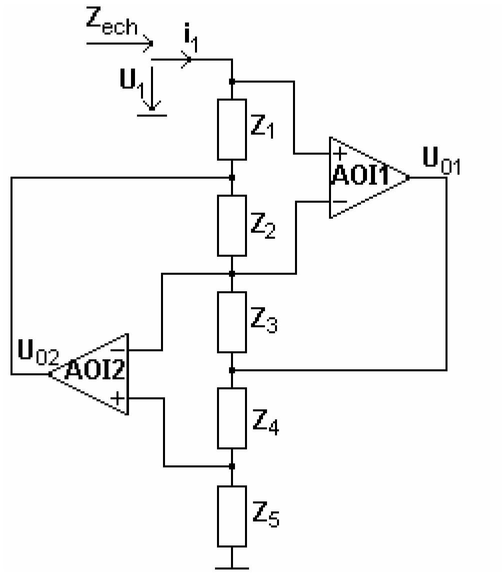

Figura 6.13

$$Z_{ech} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{\dfrac{u_1 - u_{02}}{Z_1}}$$

Observând că cele două amplificatoare sunt în conexiune de amplificatoare diferențiale se poate scrie sistemul de ecuații :

$$\begin{cases} u_{01} = u_{02}\left(-\dfrac{Z_3}{Z_2}\right) + u_1\left(1 + \dfrac{Z_3}{Z_2}\right) \\ u_{o2} = u_{01}\left(-\dfrac{Z_2}{Z_3}\right) + u_{01}\dfrac{Z_5}{Z_5 + Z_4}\left(1 + \dfrac{Z_2}{Z_3}\right) \end{cases}$$

În urma rezolvării sistemului se obține :

$$\begin{cases} u_{01} = u_1 \dfrac{Z_4 + Z_5}{Z_5} \\ u_{02} = u_1 \dfrac{Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} \end{cases}$$

În acest caz impedanța echivalentă este dată de relația :

$$Z_{ech} = \frac{Z_1}{1 - \dfrac{Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$

Exemplu. 2

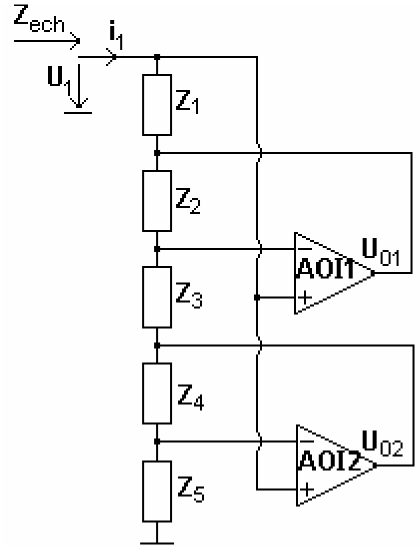

Figura 6.14

$$Z_{ech} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{\dfrac{u_1 - u_{01}}{Z_1}}$$

În mod similar ca la exemplul precedent se scrie sistemul de ecuații :

$$\begin{cases} u_{01} = u_{02}\left(-\dfrac{Z_2}{Z_3}\right) + u_1\left(1 + \dfrac{Z_2}{Z_3}\right) \\ u_{02} = u_1\left(1 + \dfrac{Z_4}{Z_5}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{01} = \left[-\frac{Z_2}{Z_3}\left(1 + \frac{Z_4}{Z_5}\right) + \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3}\right)\right]u_1 = \left(1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}\right)u_1$$

$$Z_{ech} = \frac{Z_1}{1 - \left(1 - \dfrac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5}\right)} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$

Ex. 3 Girator modificat ($y_{22} \neq 0$)

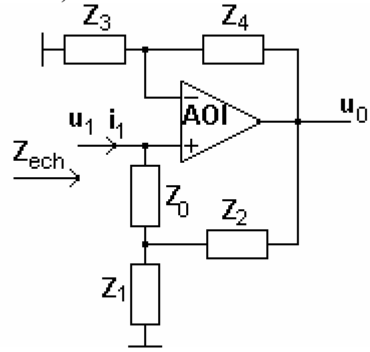

Figura 6.15

$Z_{ech} = \dfrac{u_1}{i_1}$ Amplificatorul fiind în conexiune de montaj neinversor : $u_0 = u_1\left(1 + \dfrac{Z_4}{Z_3}\right)$

Schema echivalentă a circuitului devine :

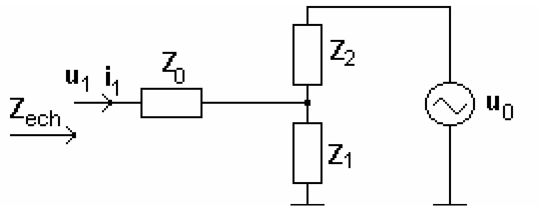

Figura 6.16

$$Z_e = Z_1 II \; Z_2$$

$$E_e = u_0 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = u_1 \frac{Z_1(Z_3 + Z_4)}{Z_3(Z_1 + Z_2)}$$

Rezultă schema :

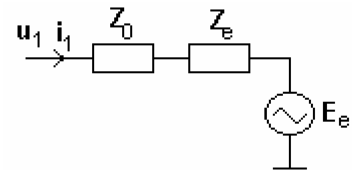

Figura 6.17

$$Z_{\text{int}} = \frac{u_1}{\frac{u_1 - E_e}{Z_0 + Z_e}} = \frac{Z_0 + Z_e}{1 - \frac{Z_1(Z_3 + Z_4)}{Z_3(Z_1 + Z_2)}} = \frac{Z_3(Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2 + Z_1 Z_2)}{(Z_3 Z_2 - Z_1 Z_4)}$$

Se observă că dacă $Z_1 \to \infty$ schema devine un convertor de impedanță negativă (fig 6.5) cu sarcina cuplată pe intrare