AA - Laborator 6
Metode de demonstrare a corectitudinii partiale a algoritmilor

1. Se considera problema:

"Sa se calculeze factorialul unui numar natural nenul"

Sa se arate ca algoritmul prezentat la curs pentru rezolvarea acestei probleme este partial corect.

<u>Rezolvare</u>

Algoritmul este:

```
factorial(n)
{
    if n = 1
        return 1
    else
        return n * factorial(n - 1)
}
```

I = N $\qquad P_I(n) \overset{def.}{=} n \geqslant 1$

O = N $\qquad P_O(n, r) \overset{def.}{=} r = \prod_{k=1}^{n} k$

Aratam ca $factorial(n) = \prod_{k=1}^{n} k$ folosind inductia matematica:

- Caz de baza: $n = 1$

$$factorial(n) = factorial(1) \overset{alg}{=} 1 = \prod_{k=1}^{1} k = \prod_{k=1}^{n} k$$

- Pas de inductie:

Ipoteza de inductie: $factorial(n-1) = \prod_{k=1}^{n-1} k$

Aratam ca: $factorial(n) = \prod_{k=1}^{n} k$

$$factorial(n) \overset{alg}{=} n * factorial(n-1) \overset{ip.\ ind.}{=} n * \prod_{k=1}^{n-1} k = \prod_{k=1}^{n} k$$

2. Se considera problema:

"Sa se calculeze suma a 2 numere naturale"

Sa se arate ca algoritmul prezentat la curs pentru rezolvarea acestei probleme este partial corect.

<u>Rezolvare</u>

Algorimul este:

```
plus(x,y)
{
    if x = 0
        return y
    else
        return 1 + plus(x - 1, y)
}
```

I = N x N $\qquad P_I(x, y) \overset{def.}{=} 1$

O = N $\qquad P_O((x, y), r) \overset{def.}{=} r = x + y$

Aratam ca $plus(x, y) = x + y$ folosind inductia matematica dupa *x*. Fie *y* un numar natural arbirar fixat.

- Caz de baza: *x* = 0

$$plus(x, y) = plus(0, y) \overset{alg}{=} y = 0 + y = x + y$$

- Pas de inductie:

Ipoteza de inductie: $plus(x-1, y) = x - 1 + y$

Aratam ca: $plus(x, y) = x + y$

$$plus(x, y) \overset{alg}{=} 1 + plus(x-1, y) \overset{ip.\ ind.}{=} 1 + x - 1 + y = x + y$$

3. Fie G un graf neorientat de ordin n >= 3. Sa se arate ca urmatoarele conditii sunt echivalente:

a) G este conex, fara cicluri
b) G este maximal fara cicluri
c) G este minimal conex

<u>Rezolvare</u>

a) => b)

Demonstratie prin deductie directa:

Daca G este conex, fara cicluri atunci G nu are cicluri si orice doua noduri sunt legate de un drum. Fie v1 si v2 doua noduri oarecare. Daca s-ar adauga la graful G arcul (v1, v2), atunci, deoarece intre v1 si v2 exista deja un drum, inseamna ca se formeaza un ciclu in graf v1,...v2,v1. Cum v1 si v2 sunt noduri oarecare din G, rezulta ca G este maximal fara cicluri.

b) => c)

Avem de aratat doua lucruri:
1. G este conex
2. G este minimal conex

1. Presupunem prin absurd ca G nu este conex. Atunci exista doua noduri v1 si v2 care nu sunt legate de un drum in G. Rezulta ca prin adaugarea arcului (v1, v2) nu se formeaza un ciclu in graf, deci G nu este maximal fara cicluri.Contradictie cu b).

2. Presupunem prin absurd ca G nu este minimal conex, adica prin eliminarea unui arc (v1, v2) din G, graful nu se deconecteaza. Aceasta inseamna ca in graful G \ {(v1, v2)} exista un drum intre nodurile v1 si v2. Prin urmare in graful G exista un ciclu v1,...v2, v1. Contradictie cu b)

c) => a)

Din ipoteza rezulta ca G este conex. Ramane sa deonstram ca G nu are cicluri. Presupunem prin absurd ca G are un ciclu. Fie nodurile v1 si v2 unite de arcul (v1, v2) si de un drum v1,...,v2. Daca eliminam arcul (v1, v2), nodurile v1 si v2 raman legate de un drum in noul graf. Prin urmare graful nu se deconecteaza. Rezulta ca G nu este minimal conex. Contradictie cu c).