5. Circuite trifazate în regim permanent sinusoidal

5.1 Transmisia energiei. Caracterizarea sistemului trifazat de transmitere a energiei. Proprietatile sistemelor trifazate.

Energia electrica produsa în centralele electrice prin transformarea altor forme de energie (în special mecanica) se transmite în locurile de utilizare cu ajutorul liniilor electrice. Sa analizam cel mai simplu sistem de transmitere a energiei electrice, si anume cel alcatuit dintr-un generator, doua conductoare (linie) si un receptor (fig.5.1).

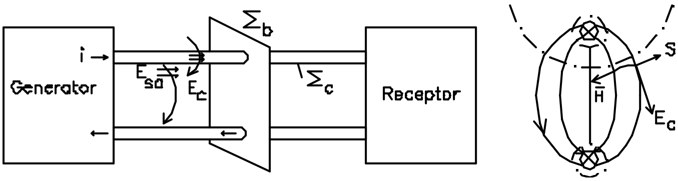

Fig.5.1

Trecerea curentului prin conductorul liniei este datorata actiunii câmpului electric imprimat ce are directia axiala ($\overline{E} = \rho \cdot \overline{J}$). Conform legii circuitului magnetic orice curent electric produce câmp magnetic de intensitate H. În concluzie, în interiorul conductorului liniile câmpului magnetic sunt cercuri concentrice densitatii de curent $\overline{J}$. Aplicând teorema energiei electromagnetice:

$$-\frac{dW_{em}}{dt} = P_J + P_\Sigma$$

unde: - $P_\Sigma = \int_\Sigma \overline{S}\, dA$;

- $\overline{S} = \overline{E} \times \overline{H}$ - vector de transmitere a energiei,

rezulta ca, în interiorul conductorului, vectorul de transmitere este orientat spre suprafata conductorului.

$$\overline{S}_i = \overline{E}_{ia} \times \overline{H}_i$$

iar puterea transmisa este:

$$P_\Sigma = \int_{\Sigma_i} \overline{S}_i d\overline{A} = \iint (\overline{E}_{ia} \times \overline{H}_i) \cdot (d\overline{S}_1 \times d\overline{S}_2) = \int_{\substack{\text{lungime}\\ \text{linie}}} \overline{E}_{ia}\, d\overline{S}_1 \cdot \oint \overline{H}_i\, d\overline{S}_2 = U_f \cdot i = P_J$$

În concluzie, conductorul este sediul transformarii energiei electrice în caldura, aceasta transmitându-se spre suprafata conductorului. În exteriorul conductorului din legile câmpului electromagnetic rezulta conservarea componentelor tangentiale ale câmpului electric pe suprafata conductorului. Totodata, între cele doua conductoare exista un câmp electric de natura columbiana (E_C - în interiorul conductorului este nul). Vectorul de transmitere a energiei în exteriorul conductorului este:

$$\overline{S}_e = \overline{E}_e \times \overline{H}_e = (\overline{E}_{ea} + \overline{E}_c) \times \overline{H}_e = \overline{E}_{ea} \times \overline{H}_e + \overline{E}_c \times \overline{H}_e$$

Celor doua componente ale vectorului de transmitere le corespund puterile:

$$P_{\Sigma c} = \int_{\Sigma c} (\overline{E}_{ea} \times \overline{H}_e)\, d\overline{A}_C = U_f \cdot i \text{ respectiv: } P_{\Sigma b} = \int_{\Sigma b} (\overline{E}_c \times \overline{H}_e)\, d\overline{A}_b = \int_{\text{conductor 1 la 2}} \overline{E}_c\, d\overline{S}_3 \oint \overline{H}_e\, d\overline{S}_2 = U_b \cdot i$$

În consecinta, conform primei formule puterea dezvoltata în conductor este transmisa, prin aria laterala a conductorului, mediului iar ceea ce se transmite pe o linie electrica este puterea $P_{\Sigma b} = U_b \cdot i$ egala cu produsul dintre tensiunea la borne (între conductoare)si curentul liniei.

<u>*Observatii*</u>:

1. Transmiterea energiei electrice nu se realizeaza prin conductor ci în spatiul din jurul conductorului. Conductorul este sediul transformarii energiei electrice în caldura. El are rolul de ghidare al transmisiei între generator si receptor.

2. Orice transmitere de energie se face cu pierderi. Pierderile fiind $R \cdot I^2$ rezulta ca prin linie curentul trebuie sa aiba valori minime. Transmiterea energiei electrice cu aceeasi putere printr-o linie este posibila cu pierderi mici daca tensiunea dintre conductoare este ridicata.

În cazul transmisiei energiei electrice monofazate la $\cos\varphi = 1$, puterea transmisa ce revine unui conductor este $U_N \cdot I_N / 2$. În cazul unei transmisii trifazate cu conductoarele de linie dimensionate la I_N, puterea activa maxima transmisa este $\sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N$, unde U_N este tensiunea între conductoarele liniei. Fiecarui conductor îi revine de $2/\sqrt{3}$ mai multa putere transmisa decât pentru o linie monofazata.

Numim *sistem trifazat* un ansamblu de trei sisteme monofazate, în care cele trei tensiuni electromotoare au aceeasi pulsatie dar faze initiale diferite. Tensiunile electromotoare sunt produse prin transformarea energiei mecanice în energie electrica în centralele electrice de catre generatoarele trifazate.

Numim *sistem trifazat simetric* un ansamblu de trei marimi sinusoidale ce au aceeasi valoare efectiva (amplitudine) si aceeasi frecventa si sunt defazate între ele cu un unghi de $2\pi/3$. Într-un sistem trifazat simetric de marimi sinusoidale suma valorilor instantanee în orice moment este nula.

Functie de succesiunea trecerii prin zero a celor trei marimi sinusoidale y_1, y_2 si y_3 distingem:

- sisteme trifazate de succesiune directa în care marimea $y_2(t)$ este decalata în urma marimii $y_1(t)$ cu un unghi de $2\pi/3$. Un sistem trifazat de succesiune directa poate fi exprimat matematic prin relatiile:

$$y_1 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y_2 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$y_3 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t - 4\pi/3)$$

- sisteme trifazate de succesiune inversa în care marimea $y_2(t)$ este decalata înaintea marimii $y_1(t)$ cu un unghi de $2\pi/3$. Sistemul trifazat de succesiune inversa este exprimat matematic prin relatiile:

$$y_1 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y_2 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$y_3 = \sqrt{2} \cdot Y \cdot \sin(\omega \cdot t + 4\pi/3)$$

5.2 Reprezentarea în complex a sistemelor trifazate. Proprietati.

Planul complex atasat reprezentarii marimii sinusoidale este determinat de axa reala si imaginara. Fiecarei axa i se ataseaza un versor (modul unitate) astfel versorul axei reale este 1 iar al celei imaginare este j. Sistemul de coordonate ales este ortogonal iar între versori exista proprietatea ca rotirea cu 90^0 în sens trigonometric al unuia îl determina pe celalalt.

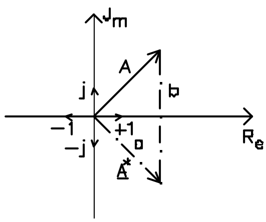

Fig. 5.4

Deoarece în planul complex orice numar are doua forme de scriere, forma carteziana redata prin partea reala si imaginara a numarului complex si forma polara unde numarul este complet determinat de modul (argument) si unghiul ce-l face axa reala (faza initiala). Exemplificam pe un numar complex: $\underline{A} = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{ja + ctg\frac{b}{a}} = Ae^{j\varphi}$.

Daca marimea complexa $\underline{A}$ are modulul unitatea |A|=1 atunci pentru Im{A}=0, $Ae^{j\varphi} = a$, iar pentru Re{A}=0, $A \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = 0$ ceea ce arata rotire cu $\frac{\pi}{2}$ versorului axei reale determina versorul axei imaginare. În baza acestei constatari deducem:

$$j^2 = e^{j\frac{\pi}{2}2}, \quad j^3 = e^{(j\frac{\pi}{2})^3} = -j, \quad j^4 = e^{(j\frac{\pi}{2})^4} = 1 \quad \text{....etc}$$

Complex conjugatul unui numar este $\underline{A}^{*} = a - jb = Ae^{-j\mathrm{arctg}\frac{b}{a}}$ are acelasi modul dar este rotit în sens invers trigonometric cu unghiul $\mathrm{arctg}(b/a) = \varphi$.

Reprezentarea în acelasi plan complex a unui sistem trifazat de marimi sinusoidale presupune alegerea uneia dintre marimi drept origine de faza.

Întrucât defazajul între marimi este de $2\pi/3$, imaginea în complex a celorlalte se obtine prin rotirea cu $2\pi/3$ a marimii originii de faza. Asociind un sistem trifazat de coordonate în planul complex putem trasa trei axe de versori 1, $e^{j2\pi/3}$ si $e^{j4\pi/3}$. Notam versorii acestor axe 1, a , a^2 conform fig.5.5.

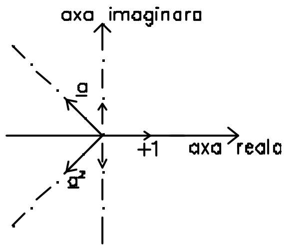

Fig.5.5

Sistemul trifazat de axe definit în planul complex are urmatoarele proprietati: $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$, $\underline{a} = \underline{a} \cdot \underline{a} = \underline{a}*$, $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$, $a^3 = 1$, $a^4 = a$, ... etc. Sistemele trifazate de marimi directe respectiv inverse admit în planul complex urmatoarea reprezentare, respectiv scriere:

$\underline{U}_{1d} = U \cdot e^{j\gamma_i}$ $\qquad$ $\underline{U}_{1I} = U \cdot e^{j\gamma_i}$

$\underline{U}_{2d} = \underline{a}^2 \cdot U_{1d}$ $\qquad$ $\underline{U}_{2I} = \underline{a}^2 \cdot U_{1I}$

$\underline{U}_{3d} = \underline{a} \cdot \underline{U}_{1d}$ $\qquad$ $\underline{U}_{3d} = \underline{a} \cdot \underline{U}_{1I}$

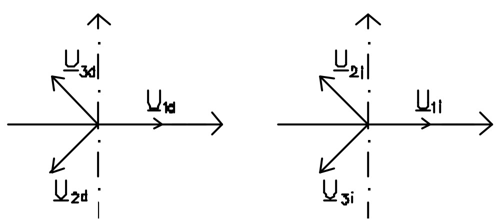

Fig. 5.6

5.3 Conexiunile sistemelor trifazate

Sa consideram trei sisteme monofazate de transmitere a energiei alcatuite din trei surse de tensiuni electromotoare:

- $e_1 = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin \omega t$;
- $e_3 = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3)$;
- $e_3 = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3)$.

Presupunem ca fiecare sursa alimenteaza un consumator de impedanta $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$.

a) *Conexiunea stea (Y)*

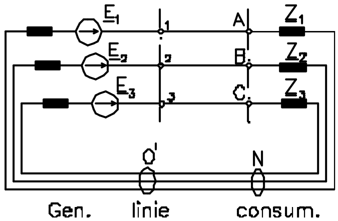

Fig. 5.7

Fiecare circuit component în care actioneaza o sursa se numeste faza.

Daca $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$, $\underline{Z}_{1q} = \underline{Z}_{2q} = \underline{Z}_{3q}$, $\underline{E}_1$, $\underline{E}_2 = \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_1$, $\underline{E}_2 = \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_1$, $1' = 2' = 3' = 0$

atunci prin conductorul de întoarcere al curentului va circula un curent $\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \equiv 0$.

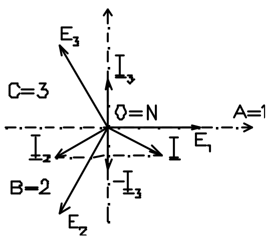

Fig. 5.8

Conexiunea astfel realizata se numeste "*stea*" si pentru transportul energiei avem maximum patru conductoare. Curentul ce trece printr-o impedanta se numeste curent de faza, iar curentul ce trece prin linia de transport se numeste curent de linie.

Este evident ca pentru aceasta conexiune curentul de linie este egal cu cel de faza. Tensiunile definite între bornele 1 - 0, 2 - 0, 3 - 0 se numesc tensiuni de faza. Tensiunile dintre doua conductoare ale liniei de transport (1-2, 2-3, 3-1) se numesc tensiuni de linie.

Calculam tensiunea de linie între conductoarele 1 si 2.

$$U_{1,2} = e_{1O} - e_{2O} = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin \omega t - \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot \sin(\omega t + \pi/6)$$

sau, în marimi complexe: $\underline{U}_{1,2} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = \sqrt{3} \cdot E \cdot e^{j\pi/6} = U_e \cdot e^{j\cdot\pi/6}$.

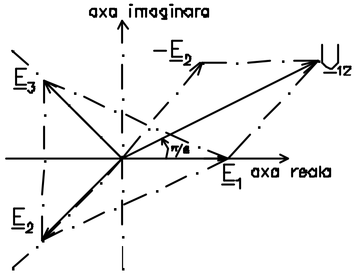

Fig. 5.9

<u>Consecinta</u>:

Relatiile între marimile de faza si cele de linie, pentru conexiunea stea sunt:

- $I_{linie} = I_{faza}$
- $U_{linie} = \sqrt{3} \cdot U_{faza}$

b) *Conexiunea triunghi (D)*

Sa presupunem cele trei circuite monofazate în care actioneaza tensiunile de faza conectate conform schemei urmatoare:

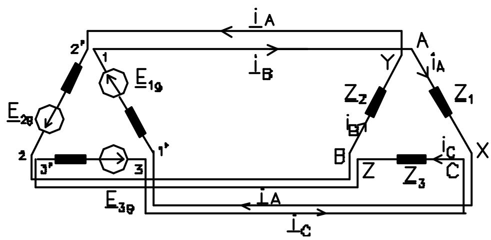

Fig. 5.10

Notam curentii prin fazele consumatorilor i_A, i_B, i_C , curenti ce formeaza un sistem trifazat simetric în ipoteza ca $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$, si $\underline{E}_1$, $\underline{E}_2 = \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_1$, $\underline{E}_2 = \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_1$.

Daca se realizeaza conexiunile $A = Y$, $B = Z$, $C = X$ la consumator si $1 = 2'$, $2 = 3'$ respectiv $3 = 1'$ la sursa, se obtine conexiunea triunghi atât la consumator cât si la sursa. Prin aceste puncte de conexiune între doua conductoare ale liniei de transport, tensiunea de linie este tensiunea de faza a sursei $U_{linie} = U_{faza}$.

Curentul total ce trece printr-un conductor de linie este diferenta a doi curenti de faza. Astfel: $\underline{I}_1 = \underline{I}_A - \underline{I}_C$ si are modulul $I_1 = \sqrt{3} \cdot I_A$ conform diagramei fazoriale atasate sistemului trifazat. Valoarea complexa a curentului de linie este: $\underline{I}_1 = \underline{I}_A - \underline{I}_C = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_A \cdot e^{-j\pi/6}$.

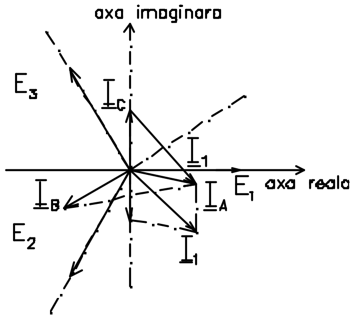

Fig. 5.11

<u>*Concluzie*</u>*:*

Conexiunea triunghi a sistemelor trifazate conduce la urmatoarele relatii între marimile de faza si cele de linie: $I_{linie} = \sqrt{3} I_{faza}$; $U_{linie} = \cdot U_{faza}$.

5.4. Analiza circuitelor trifazate alimentate cu tensiuni simetrice

Consumatorul trifazat poate fi conectat în stea sau triunghi iar functie de relatia dintre impedantele fazelor poate fi echilibrat sau dezechilibrat. Numim consumator trifazat echilibrat daca impedantele complexe ale fazelor sunt identice: $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$, altfel el este dezechilibrat.

5.4.1. <u>Consumator trifazat conectat în stea</u>

a) *Consumator echilibrat* $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$

Presupunem un consumator trifazat echilibrat conectat în stea cu nul (Y_0) si urmarim sa determinam distributia tensiunilor, a curentilor prin consumator, în cazul alimentarii de la un sistem trifazat simetric de tensiuni. (la sursa).

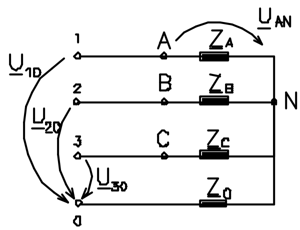

Fig. 5.12

Rezolvarea acestui circuit este similara cu a circuitului de c.a. cunoscând $\underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{20} = a^2 \underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{30} = a \underline{U}_{10}$, $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$, si $\underline{Z}_0$ - impedanta nulului.

Teorema II Kirchhoff afirma urmatoarele relatii:

$$\underline{U}_{1O} = \underline{U}_{AN} + \underline{U}_O$$
$$\underline{U}_{2O} = \underline{U}_{BN} + \underline{U}_O$$
$$\underline{U}_{3O} = \underline{U}_{CN} + \underline{U}_O$$

unde: $\underline{U}_O = \underline{I}_O \cdot \underline{Z}_O$

Curentii prin fazele circuitului sunt dati de relatiile:

$$\underline{I}_{AN} = \frac{\underline{U}_{AN}}{\underline{Z}_A},\ \underline{I}_{BN} = \frac{\underline{U}_{BN}}{\underline{Z}_B},\ \underline{I}_{CN} = \frac{\underline{U}_{CN}}{\underline{Z}_C}$$

Aplicând teorema I Kirchhoff în nodul N obtinem:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_O$$

Scriind teorema I Kirchhoff functie de marimile si parametrii cunoscuti ai circuitului obtinem relatia de dependenta a tensiunii dintre punctul de nul al sursei si al consumatorului (N) numita tensiune de deplasare a nulului.

$$\boxed{\underline{U}_O = \frac{\dfrac{\underline{U}_{1O}}{\underline{Z}_A} + \dfrac{\underline{U}_{2O}}{\underline{Z}_B} + \dfrac{\underline{U}_{3O}}{\underline{Z}_C}}{\dfrac{1}{\underline{Z}_A} + \dfrac{1}{\underline{Z}_B} + \dfrac{1}{\underline{Z}_C} + \dfrac{1}{\underline{Z}_O}} = \underline{Z}_O \cdot \underline{I}_O} \quad \text{(\underline{\textit{relatia Millman}})}$$

Sistemul de alimentare fiind simetric si impedantele complexe ale fazelor egale, rezulta $\underline{U}_O \equiv 0$ independent de existenta sau inexistenta conductorului de nul. În consecinta, sistemul tensiunilor de alimentare a consumatorului este identic cu sistemul sursei.

b) *Consumator dezechilibrat* $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$

În cazul consumului inegal pe faze prezenta sau absenta conductorului de nul afecteaza distributia tensiunilor si curentilor pe consumator.

b1. Stea cu nul de impedanta $\underline{U}_O \equiv 0$

Tensiunea de deplasare a nulului este zero $\underline{U}_O \equiv 0$. Sistemul de tensiuni al sursei este fortat sa devina sistem aplicat consumatorului, însa curentii prin faze sunt diferiti. Dezechilibrul acestor curenti este scurs prin conductorul de nul având valoarea $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_O$.

b2. Stea fara nul

În aceasta situatie sistemul de tensiuni aplicat consumatorului este diferit de al sursei de alimentare. Tensiunile pe consumator devin nesimetrice, nesimetrie masurabila si calculabila prin tensiunea de deplasare a nulului. Pentru analiza distributiei tensiunilor si curentilor se calculeaza tensiunea de deplasare a nulului cu relatia Millman.

Se determina tensiunile pe fazele consumatorului cu teorema II Kirchhoff, si, în sfârsit, curentii de faza cu relatiile Ohm. Se verifica, în final, teorema I Kirchhoff: $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$.

5.4.2 Consumator trifazat conectat în triunghi

Conexiunea triunghi implica existenta numai a trei tensiuni de linie egale cu tensiunile de faza. Un consumator trifazat conectat în triunghi la reteaua industriala $3\times380\mathrm{V}/50\mathrm{Hz}$ trebuie sa reziste la o tensiune aplicata pe faza de 380V. Presupunem un consumator trifazat conectat în triunghi alimentat de la un sistem trifazat simetric de tensiuni (de linie) $\underline{U}_{1,2}$, $\underline{U}_{2,3} = a^2 \cdot \underline{U}_{1,2}$, $\underline{U}_{3,1} = a \cdot \underline{U}_{1,2}$. Urmarim sa determinam distributia tensiunilor si curentilor pe consumator pentru valori diferite ale impedantei de sarcina.

a) *Consumator echilibrat* $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CN}$

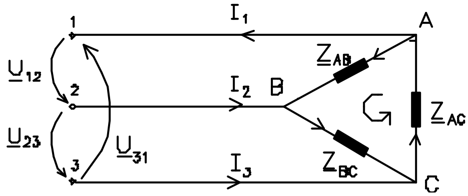

Fig. 5.13

Notam $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ curentii prin linia de transport si $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_O$ curentii prin fazele consumatorului. Curentii prin fazele consumatorului se pot calcula din relatiile Ohm:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{\underline{U}_{1,2}}{\underline{Z}_{AB}}; \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{\underline{U}_{2,1}}{\underline{Z}_{BC}}; \quad \underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{\underline{U}_{1,2}}{\underline{Z}_{AB}}$$

iar cei de linie din aplicarea teoremei I Kirchhoff în nodurile A, B, C:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$

În consecinta în conexiunea triunghi sistemul de tensiuni al sursei este si sistem al consumatorului, iar curentii de faza formeaza un sistem trifazat simetric.

b) Consumator dezechilibrat $\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CN}$

Relatiile de calcul sunt cele de mai sus singura diferenta fiind existenta unui curent de circulatie în bucla triunghiului. În concluzie, niciodata alternatoarele nu se vor conecta în triunghi.

<u>Observatii</u>:

1. Notiunea de simetrie în sistemele trifazate se refera la semnale ce pot fi curenti sau tensiuni. Pentru ca un sistem trifazat sa fie simetric trebuie ca semnalele sa aiba aceeasi frecventa, acelasi modul si sa fie defazate cu un unghi de $2\pi/3$ între ele.

2. Notiunea de echilibrat sau dezechilibrat se refera la consumator (impedanta). Consumatorul trifazat este echilibrat daca impedantele complexe pe toate fazele sunt identice, deci consumul pe fiecare faza este acelasi.

5.4.3 Puteri în retele trifazate echilibrate sub tensiuni simetrice

Se considera un receptor trifazat echilibrat sub tensiuni simetrice $\underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{20}$, $\underline{U}_{30}$ si curenti $\underline{I}_{10}$, $\underline{I}_{20}$, $\underline{I}_{30}$, $\underline{I}_{N}$ (fig.5.14)

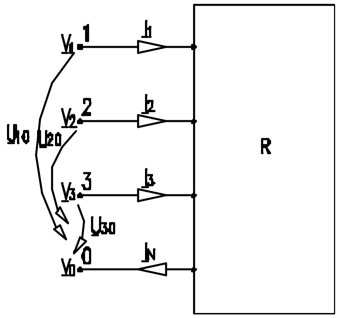

Fig 5.14

Puterea complexa transmisa receptorului pe la bornele 1, 2, 3 si 0 este:

$$\underline{S} = \underline{V}_1\underline{I}_1^* + \underline{V}_2\underline{I}_2^* + \underline{V}_3\underline{I}_3^* + \underline{V}_0\left(-\underline{I}_N^*\right)$$

Deoarece $I_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$, înlocuind în relatia de mai sus, se obtine:

$$\underline{S} = \left(\underline{V}_1 - \underline{V}_0\right)\underline{I}_1^* + \left(\underline{V}_2 - \underline{V}_0\right)\underline{I}_2^* + \left(\underline{V}_3 - \underline{V}_0\right)\underline{I}_3^* = \underline{U}_{10}\underline{I}_1^* + \underline{U}_{20}\underline{I}_2^* + \underline{U}_{30}\underline{I}_3^*$$

Întrucât,

$$\underline{U}_{10} = \underline{U}_1 \ ; \ \underline{U}_{20} = \underline{U}_2 \ ; \ \underline{U}_{30} = \underline{U}_3$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_1 \ ; \ \underline{I}_2 = a^2\underline{I} \ ; \ \underline{I}_3 = a\underline{I}_1$$

formula puterii transmise receptorului se transforma astfel:

$$\underline{S} = \underline{U}_1\underline{I}_1^* + a^2\underline{U}_2\underline{I}_1 + \left(a^*\right)\underline{I}_1^* = 3\underline{U}_1\underline{I}_1^* = P + jQ$$

unde P si Q sunt puterile activa si reactiva,

$$P=3U_1I_1\cos\varphi \ ; \quad Q=3U_1I_1\sin\varphi$$

φ fiind defazajul dintre tensiunea de faza $\underline{U}_1$ si curentul de faza $\underline{I}_1$.

Daca receptorul e conectat în stea, $U_l = \sqrt{3}\, U_1$, $I_l = I_1$ si puterile complexa $\underline{S}$, activa P si reactiva Q se exprima în functie de marimile U_l si I_l, cum urmeaza:

$$S = \sqrt{3}U_1 I_1^* \ ; \ P = \sqrt{3}U_1 I_1 \cos\varphi \ ; \ Q = \sqrt{3}U_1 I_1 \sin\varphi$$

Daca receptorul e conectat în triunghi $U_l = U_f$, $I_l = \sqrt{3}\, I_f$, si înlocuind în formula puterii transmise receptorului se regasesc formulele obtinute în cazul conectarii în stea.

Pentru masurarea puterii active este suficient un wattmetru a carui bobina de tensiune se monteaza între conductorul fazei întâi si firul neutru iar bobina de curent se conecteaza în serie cu conductorul primei faze (fig.5.15a). Daca lipseste firul neutru, se realizeaza un punct neutru artificial cu trei rezistente conectate în stea (fig.5.15b). Indicatia wattmetrului multiplicata cu trei reprezinta puterea activa.

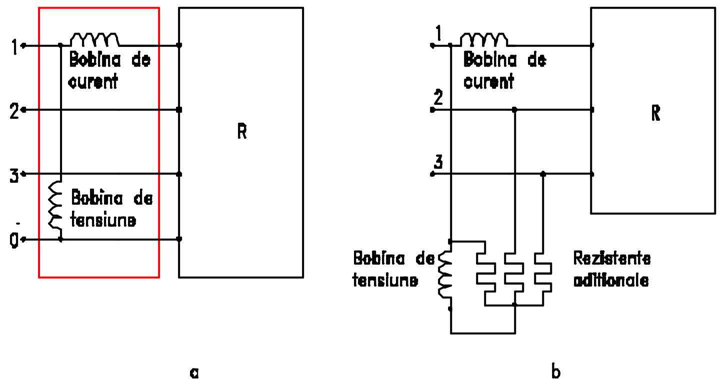

Fig. 5.15

Compensarea puterii reactive în sistemele trifazate echilibrate simetrice

Pentru îmbunatatirea factorului de putere în retele trifazate echilibrate si simetrice, se pot utiliza trei condensatoare având capacitati egale. Daca se conecteaza în stea condensatoarele de capacitate C puterea reactiva are expresia: $Q = 3C_{\lambda}\omega U_f^2$, iar daca se conecteaza în triunghi condensatoarele de capacitate C_{Δ}, se obtine: $Q = 3C_{\Delta}\omega U_l^2$.

La aceeasi putere reactiva Q, capacitatea condensatoarelor montate în triunghi C_{Δ} rezulta de trei ori mai mica decât capacitatea condensatoarelor montate în stea C_{λ},

$$C_{\Delta} = \frac{C_{\lambda}}{3}$$

Prin urmare este mai avantajos pentru compensarea puterii reactive în retelele trifazate, sa se utilizeze condensatoarele conectate în triunghi.

5.5.1 Metoda componentelor simetrice

Retelele trifazate se concep ca sisteme echilibrate în regim simetric de tensiuni si curenti. Generatoarele se construiesc astfel ca tensiunile lor electromotoare sa fie simetrice, iar liniile de transmisie aeriene sau cablurile se dimensioneaza cu consumatorii distribuiti echilibrat pe fiecare faza încât si curentii sa constituie sisteme simetrice.

Datorita conectarilor si deconectarilor diferite pe fiecare faza a consumatorilor precum si avariilor care pot interveni - scurtcircuite si întreruperi – apar în retea dezechilibrari si nesimetrii. Analiza retelelor trifazate dezechilibrate sub tensiuni si curenti nesimetrici, prin metoda directa examinata la capitolul precedent, are dezavantajul ca nu pune în evidenta pentru elementele de circuit dinamice, abaterile de la regimul simetric. Comportarea înfasurarilor trifazate ale masinilor electrice sub tensiuni si curenti nesimetrici este diferita de comportarea rezistoarelor, bobinelor si condensatoarelor. Acestea din urma, denumite *elemente statice*, nu sunt influentate de modul în care se succed tensiunile sau curentii. În schimb, impedantele înfasurarilor masinilor electrice sunt diferite daca tensiunile si curentii sunt de succesiuni diferite: elementele de acest fel se numesc *dinamice*.

Cu metoda componentelor simetrice se analizeaza pe modelul regimurilor simetrice, regimurile nesimetrice ale circuitelor trifazate continând elemente statice si dinamice.

5.5.1.1 Descompunerea unui sistem trifazat nesimetric de marimi sinusoidale în sisteme simetrice

a. ***Teorema Stokvis-Fortescue***:

Un sistem trifazat nesimetric de marimi sinusoidale se descompune în trei sisteme de marimi sinusoidale: un sistem de succesiune directa, în care fiecare marime e defazata înaintea celei care îi succede cu 2π/3; un sistem de succesiune inversa, în care fiecare marime e defazata în urma celei care îi succede cu 2π/3; un sistem homopolar, în care marimile au amplitudini egale si sunt în faza.

Fie $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$, sistemul trifazat nesimetric,

$$y_1(t)=\sqrt{2}Y_1\sin(\omega t+\gamma_1)\,;\; y_2(t)=\sqrt{2}Y_2\sin(\omega t+\gamma_2)\,;\; y_3(t)=\sqrt{2}Y_3\sin(\omega t+\gamma_3)$$

reprezentat în complex (fig.5.16a):

$$\underline{Y}_1=\underline{Y}_1 e^{j\gamma_1}\,;\; \underline{Y}_2=\underline{Y}_2 e^{j\gamma_2}\,;\; \underline{Y}_3=\underline{Y}_3 e^{j\gamma_3}$$

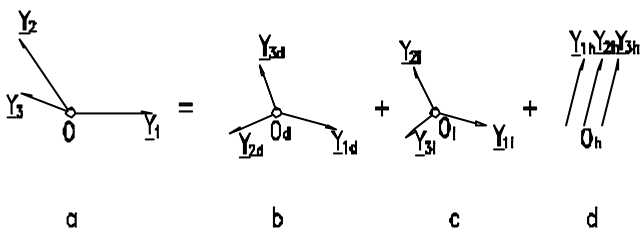

Fig. 5.16

Se noteaza cu: $y_{1d}(t)$, $y_{2d}(t)$, $y_{3d}(t)$, sistemul trifazat simetric direct,

$$y_{1d}(t)=\sqrt{2}Y_d\sin(\omega t+\gamma_d)\,;\; y_{2d}(t)=\sqrt{2}Y_d\sin\left(\omega t+\gamma_d-\frac{2\pi}{3}\right);$$

$$y_{3d}(t)=\sqrt{2}Y_d\sin\left(\omega t+\gamma_d-\frac{4\pi}{3}\right)$$

cu: $y_{1i}(t)$, $y_{2i}(t)$, $y_{3i}(t)$, sistemul trifazat simetric invers,

$$y_{1i}(t)=\sqrt{2}Y_i\sin(\omega t+\gamma_i)\,;\; y_{2i}(t)=\sqrt{2}Y_i\sin\left(\omega t+\gamma_i+\frac{2\pi}{3}\right);$$

$$y_{3i}(t)=\sqrt{2}Y_i\sin\left(\omega t+\gamma_i+\frac{4\pi}{3}\right)$$

si cu: $y_{1h}(t)$, $y_{2h}(t)$, $y_{3h}(t)$, sistemul trifazat simetric omopolar,

$$y_{1h}(t)=\sqrt{2}Y_h\sin(\omega t+\gamma_h);\ y_{2h}(t)=\sqrt{2}Y_h\sin(\omega t+\gamma_h);$$
$$y_{3h}(t)=\sqrt{2}Y_h\sin(\omega t+\gamma_h)$$

cu imaginile în complex (fig.5.16 b, c, d),

$$\underline{Y}_{1d}=\underline{Y}_d\ ;\ \underline{Y}_{2d}=a^2\underline{Y}_d\ ;\ \underline{Y}_{3d}=a\underline{Y}_d$$
$$\underline{Y}_{1i}=\underline{Y}_i\ ;\ \underline{Y}_{2i}=a\underline{Y}_i\ ;\ \underline{Y}_{3i}=a^2\underline{Y}_i$$
$$\underline{Y}_{1h}=\underline{Y}_h\ ;\ \underline{Y}_{2h}=\underline{Y}_h\ ;\ \underline{Y}_{3h}=\underline{Y}_h$$

În conformitate cu teorema Stokvis-Fortescue, relatiile dintre componentele corespunzatoare ale sistemelor direct, invers si omopolar sunt,

$$y_1(t)=y_{1d}(t)+y_{1i}(t)+y_{1h}(t);$$
$$y_2(t)=y_{2d}(t)+y_{2i}(t)+y_{2h}(t);$$
$$y_3(t)=y_{3d}(t)+y_{3i}(t)+y_{3h}(t);$$

respectiv în complex,

$$\underline{Y}_1(t)=\underline{Y}_{1d}(t)+\underline{Y}_{1i}(t)+\underline{Y}_{1h}(t);$$
$$\underline{Y}_2(t)=\underline{Y}_{2d}(t)+\underline{Y}_{2i}(t)+\underline{Y}_{2h}(t);$$
$$\underline{Y}_3(t)=\underline{Y}_{3d}(t)+\underline{Y}_{3i}(t)+\underline{Y}_{3h}(t);$$

Cele trei marimi ale fiecaruia dintre sistemele direct si invers se exprima cu ajutorul operatorului a astfel,

$$Y_{1d}=Y_d\ ;\ Y_{2d}=a^2Y_d\ ;\ Y_{3d}=aY_d$$

$$Y_{1i}=Y_i\ ;\ Y_{2i}=aY_i\ ;\ Y_{3i}=a^2Y_i$$

în care fazorii $\underline{Y}_d$, $\underline{Y}_i$ si $\underline{Y}_h$, se numesc *componenta directa, inversa si omopolara* ale sistemului trifazat nesimetric $\underline{Y}_1$, $\underline{Y}_2$ si $\underline{Y}_3$.

5.5.2 Circuite trifazate echilibrate sub tensiuni nesimetrice

Analiza regimurilor nesimetrice din circuitele trifazate liniare cu metoda componentelor simetrice se face pe baza teoremei superpozitiei astfel: se considera separat regimurile stabilite de componentele directe si inverse si omopolare ale tensiunilor si apoi se suprapun raspunsurile corespunzatoare. Circuitele fiind echilibrate si componentele tensiunilor si curentilor alcatuind sisteme simetrice, este suficient sa se calculeze numai pentru una din faze, utilizând scheme monofilare. Se obtin în acest fel schemele de succesiune directa, inversa si omopolara, iar din superpozitia lor se deduc raspunsurile din retea.

a. *Elementele statice si dinamice.* Se considera trei elemente identice cuplate magnetic (fig.5.17, a), la bornele carora sistemele componentelor de tensiune directe $\underline{U}_d$, $a^2\underline{U}_d$, $a\underline{U}_d$, inverse $\underline{U}_i$, $a\underline{U}_i$, $a^2\underline{U}_i$ si omopolare $\underline{U}_h$, $\underline{U}_h$, $\underline{U}_h$ stabilesc curenti de succesiune directa $\underline{I}_d$, $a^2\underline{I}_d$, $a\underline{I}_d$ inverse $\underline{I}_i$, $a\underline{I}_i$, $a^2\underline{I}_i$ si omopolare $\underline{I}_h$, $\underline{I}_h$, $\underline{I}_h$ (fig.5.17 b, c, d).

Daca rapoartele dintre fazorii componentelor de tensiune prin fazorii componentelor de curent sunt:

$$\frac{\underline{U}_d}{\underline{I}_d} = \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_i} = \underline{Z} - \underline{Z}_m \;;\; \frac{\underline{U}_h}{\underline{I}_h} = \underline{Z} + 2\underline{Z}_m$$

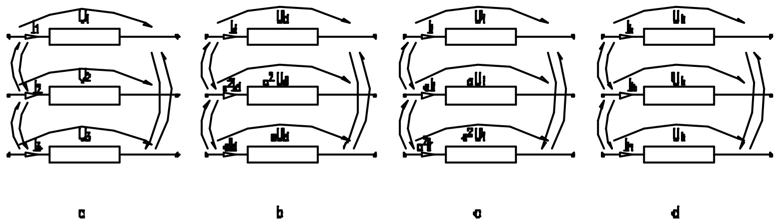

Fig.5.17

Elementele se numesc *statice* si sunt caracterizate de *impedantele complexe statice proprie $\underline{Z}$ si mutuala $\underline{Z}_m$.* Elementele se numesc *dinamice* daca rapoartele fazorilor componentelor de tensiune prin fazorii componentelor de curent sunt diferite,

$$\frac{\underline{U}_d}{\underline{I}_d} = \underline{Z}_d \;;\; \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_i} = \underline{Z}_i \;;\; \frac{\underline{U}_h}{\underline{I}_h} = \underline{Z}_h$$

si sunt caracterizate de *impedantele complexe dinamice directa $\underline{U}_d$, inversa $\underline{U}_i$ si omopolara $\underline{Z}_h$.*

Rezistoarele, bobinele si condensatoarele sunt elemente statice. Înfasurarile statoarelor si rotoarelor masinilor electrice aflându-se în miscare relativa nu pot fi caracterizate prin inductivitati mutuale statice; de exemplu, inductivitatea mutuala L_{msr} dintre o înfasurare statorica s si una rotorica r nu este egala cu inductivitatea L_{mrs} si în consecinta generatoarelor si motoarelor electrice nu li se aplica teorema reciprocitatii. Un generator electric este caracterizat de tensiunile electromotoare directa $\underline{E}_d$, inversa $\underline{E}_i$ si omopolara $\underline{E}_h$ si de impedantele dinamice $\underline{Z}_d$, $\underline{Z}_i$, $\underline{Z}_h$, iar motorul electric este caracterizat de aceasta din urma. Practic, partile reale ale componentelor dinamice ale masinilor electrice sunt neglijabile în raport cu partile imaginare si impedantele se pot aproxima prin reactantele corespunzatoare $\underline{X}_d$, $\underline{X}_i$, $\underline{X}_h$. Reactantele inversa si omopolara sunt mai mici decât reactanta directa si se dau sub forma de procente în raport cu $\underline{X}_d$.

b. *Receptor trifazat echilibrat cu elementele statice, fara cuplaje magnetice, conectat în stea, cu fir neutru.* Fie circuitul trifazat echilibrat constituit din trei elemente statice de impedante $\underline{Z}$ conectate în stea, cu fir neutru de impedanta $\underline{Z}_N$ (fig.5.18a), sub tensiuni la borne nesimetrice $\underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{20}$, $\underline{U}_3$ de componente $\underline{U}_d$, $\underline{U}_i$, si $\underline{U}_h$.

În conformitate cu teorema superpozitiei, curentii $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ si $\underline{I}_N$, se obtin însumând curentii care se stabilesc daca se considera ca la bornele circuitului se aplica tensiunile directe, inverse si omopolare (fig.5.18b,c,d).

În regimurile simetrice direct si invers, componentele curentilor $\underline{I}_d$ si $\underline{I}_i$ prin impedantele primei faze au expresiile:

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_d}{\underline{Z}} \;;\; \underline{I}_i = \frac{\underline{U}_i}{\underline{Z}}$$

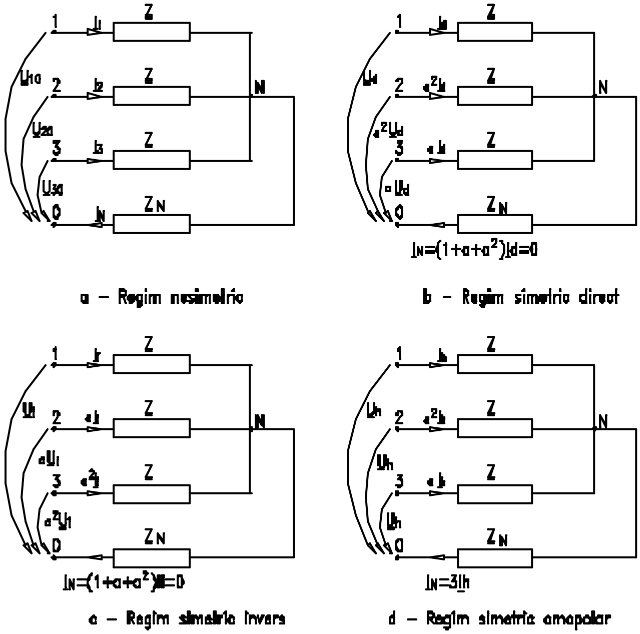

Fig.5.18

si curentii prin firul neutru sunt nuli. Prin impedantele celorlalte doua faze curentii se obtin multiplicând pe $\underline{I}_d$ si $\underline{I}_i$ cu a^2,respectiv cu a, prin urmare e suficient sa se calculeze numai pentru una din faze. Schemele corespunzatoare reprezentate în fig.5.19a,b se numesc *schema de succesiune directa S_d, respectiv schema de succesiune inversa S_i.*

În regim simetric omopolar (fig.5.18d), componenta $\underline{I}_h$ se deduce aplicând teorema a doua a lui Kirchhoff circuitului *1No1*.

$$\underline{U}_h = \underline{Z}\underline{I}_h + 3\underline{Z}_N\underline{I}_h$$

din care rezulta:

$$\underline{I}_h = \frac{\underline{U}_h}{\underline{Z} + 3\underline{Z}_N}$$

Schema monofilara contine impedanta $\underline{Z}$ si impedanta firului neutru $\underline{Z}_N$ multiplicata cu 3 si se numeste *schema de succesiune omopolara S_h* (fig.5.19c).

Introducând expresiile lui $\underline{I}_d$, $\underline{I}_i$ *si* $\underline{I}_h$, în relatiile dintre componentele corespunzatoare sistemelor direct, invers si omopolar, se obtin curentii $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ *si* $\underline{I}_3$.

c. *Receptor trifazat echilibrat cu elemente statice fara cuplaje magnetice conectate în stea fara fir neutru* (fig.5.20a). Se dau tensiunile de linie nesimetrice $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$ *si* $\underline{U}_{31}$ cu componentele simetrice directa $\underline{U}_{ld}$ si inversa $\underline{U}_{li}$, componenta omopolara $\underline{U}_{lh}$, fiind nula.

În regim simetric direct (fig.5.20b) componenta directa $\underline{I}_d$ se calculeaza aplicând a doua teorema a lui Kirchhoff circuitului $1_dN2_d1_d$,: $\underline{U}_{ld} = \underline{Z}\underline{I}_d - \underline{Z}a^2\underline{I}_d$, din care rezulta:

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{ld}}{(1-a^2)\underline{Z}}$$

Similar, se obtine pentru componenta inversa I expresia (fig.5.20c)

$$\underline{I}_i = \frac{\underline{U}_{li}}{(1-a^2)\underline{Z}}$$

Notând cu $\underline{U}_{fd} = \underline{U}_d$ si $\underline{U}_{fi} = \underline{U}_i$ componentele de faza corespunzatoare componentelor de linie.

$$\underline{U}_d = \frac{\underline{U}_{ld}}{1-a^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j\pi/6}\underline{U}_{ld} \ ; \ \underline{U}_i = \frac{\underline{U}_{li}}{1-a^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{j\pi/6}\underline{U}_{li}$$

expresiile componentelor directa si inversa, devin:

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_d}{\underline{Z}} \ ; \ \underline{I}_i = \frac{\underline{U}_i}{\underline{Z}}$$

Schemele de succesiune directa S_d si inversa S_i sunt identice cu schemele corespunzatoare ale receptorului trifazat cu fir neutru (fig.5.19a,b).

d. *Circuit trifazat echilibrat cu elemente statice cuplate magnetic sub tensiuni nesimetrice.* Se considera trei elemente statice identice cu impedantele proprii $\underline{Z}$ si mutuale $\underline{Z}_m$ sub tensiuni nesimetrice $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ si $\underline{U}_3$ (fig.5.21a). Ecuatiile circuitului, aceleasi pentru orice mod de conexiune - stea sau triunghi – sunt urmatoarele:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}\underline{I}_1 + \underline{Z}_m\underline{I}_2 + \underline{Z}_m\underline{I}_3 \ ;$$
$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_m\underline{I}_1 + \underline{Z}\underline{I}_2 + \underline{Z}_m\underline{I}_3 \ ;$$
$$\underline{U}_3 = \underline{Z}_m\underline{I}_1 + \underline{Z}_m\underline{I}_2 + \underline{Z}\underline{I}_3 \ ;$$

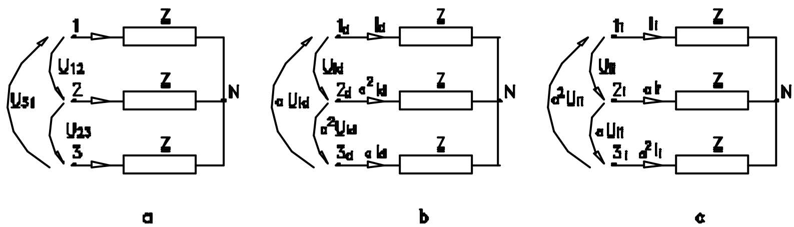

Fig.5.20

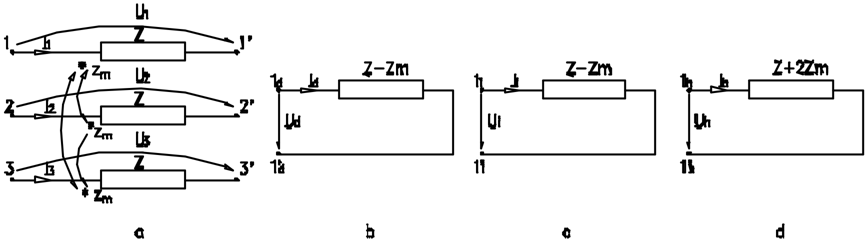

Fig.5.21

Înlocuind tensiunile si curentii prin expresiile lor în functie de componentele simetrice (12.107), se obtine:

$$\underline{U}_d+\underline{U}_i+\underline{U}_h=\underline{Z}\left(\underline{I}_d+\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)+\underline{Z}_m\left(a^2\underline{I}_d+a\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)+\underline{Z}_m\left(a\underline{I}_d+a^2\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)=$$
$$=\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_d+\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_i+\left(\underline{Z}+2\underline{Z}_m\right)\underline{I}_h$$

$$a^2\underline{U}_d+a\underline{U}_i+\underline{U}_h=\underline{Z}_m\left(\underline{I}_d+\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)+\underline{Z}\left(a^2\underline{I}_d+a\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)+\underline{Z}_m\left(a\underline{I}_d+a^2\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)=$$
$$=a^2\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_d+a\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_i+\left(\underline{Z}+2\underline{Z}_m\right)\underline{I}_h$$

$$a\underline{U}_d+a^2\underline{U}_i+\underline{U}_h=\underline{Z}_m\left(\underline{I}_d+\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)+\underline{Z}\left(a^2\underline{I}_d+a\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)+\underline{Z}_m\left(a\underline{I}_d+a^2\underline{I}_i+\underline{I}_h\right)=$$
$$=a\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_d+a^2\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_i+\left(\underline{Z}+2\underline{Z}_m\right)\underline{I}_h$$

din care se deduc ecuatiile:

$$\underline{U}_d=\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_d\ ;\underline{U}_i=\left(\underline{Z}-\underline{Z}_m\right)\underline{I}_i\ ;\ \underline{U}_h=\left(\underline{Z}+2\underline{Z}_m\right)\underline{I}$$

Ecuatiilor de mai sus, le corespund schemele de succesiune directa S_s, inversa S_I si omopolara S_h reprezentate în fig.5.21b,c si d.

5.5.3 Circuite trifazate dezechilibrate

Un sistem simetric sau nesimetric de tensiuni aplicat unui circuit trifazat dezechilibrat stabileste curenti nesimetrici. Componentele simetrice de succesiune directa, inversa si omopolara cu sunt independente si relatiile dintre ele fiind complicate nu se pot stabili scheme monofazate S_d, S_I si S_h, ca în cazul circuitelor echilibrate.

În general, dezechilibrul retelelor nu este total, fiind posibila separarea partilor echilibrate si dezechilibrate. De exemplu, avariile de întrerupere a fazelor sau de scurcircuitare ale acestora cu sau fara arc electric, - mono, bi sau trifazat, - pot fi modelate prin elementele trifazate dezechilibrate, conectate la reteaua echilibrata.

Calculul regimurilor nesimetrice în retelele continând receptoare dezechilibrate se face pe baza teoremei substitutiei în modul urmator: se înlocuiesc impedantele elementelor dezechilibrate prin tensiuni nesimetrice, care se descompun în componente simetrice corespunzatoare; aceste componente împreuna cu cele ale curentilor alcatuiesc necunoscute auxiliare.

Retea echilibrata cu receptor static dezechilibrat. Se considera o retea trifazata continând în afara de partea echilibrata $\Re_e$ un element dezechilibrat fara cuplaje magnetice de impedante $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ si $\underline{Z}_3$, conectate în stea sau triunghi (fig.5.22a). Notând cu $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ si $\underline{U}_3$ tensiunile si cu $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ si $\underline{I}_3$ curentii, ecuatiile elementului de circuit sunt urmatoarele:

$$\underline{U}_1=\underline{Z}_1\underline{I}_1\ ;\ \underline{U}_2=\underline{Z}_2\underline{I}_2\ ;\ \underline{U}_3=\underline{Z}_3\underline{I}_3$$

Înlocuind tensiunile si curentii prin expresiile lor în functie de componentele lor simetrice, se deduc ecuatiile:

$$\underline{U}_d=Z_h\underline{I}_d+Z_i\underline{I}_i+Z_d\underline{I}_h\ ;$$
$$\underline{U}_i=Z_d\underline{I}_d+Z_h\underline{I}_i+Z_i\underline{I}_h\ ;$$
$$\underline{U}_h=Z_i\underline{I}_d+Z_d\underline{I}_i+Z_h\underline{I}_h\ ;$$

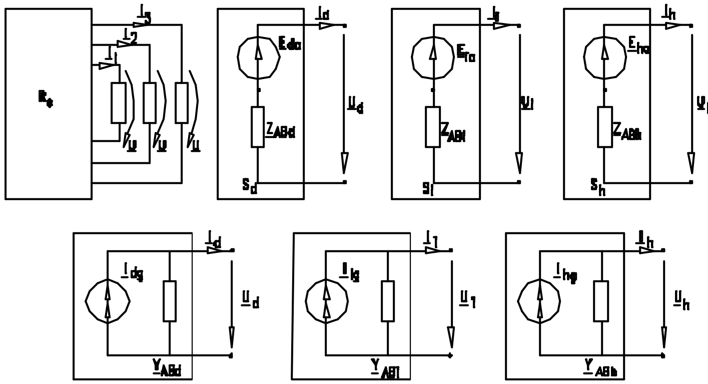

Fig.5.22

în care s-a notat cu Z_d, Z_i, Z_h urmatoarele impedante de calcul:

$$Z_h = \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3\right)$$

$$Z_d = \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 + a^2\underline{Z}_3\right)$$

$$Z_i = \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 + a\underline{Z}_3\right)$$

Schemele directa S_d, inversa S_i si omopolara S_h (fig.5.22b,c,d) ale partii echilibrate $\Re_e$, considerate ca dipoli Thevenin, au ecuatiile:

$$\underline{E}_{d0} - \underline{U}_d = \underline{Z}_{ABd}\underline{I}_d \ ; \ \underline{E}_{i0} - \underline{U}_i = \underline{Z}_{ABi}\underline{I}_i \ ; \ \underline{E}_{h0} - \underline{U}_h = \underline{Z}_{ABh}\underline{I}_h$$

respectiv ca dipoli Norton (fig.5.22e,f,g).

$$\underline{I}_{d0} - \underline{I}_d = \underline{Y}_{ABd}\underline{U}_d \ ; \ \underline{I}_{i0} - \underline{I}_i = \underline{Y}_{ABi}\underline{U}_i \ ; \ \underline{I}_{h0} - \underline{I}_h = \underline{Y}_{ABh}\underline{U}_h$$

în care s-au notat cu: $\underline{E}_{d0}$, $\underline{E}_{i0}$ si $\underline{E}_{h0}$ – componente simetrice ale tensiunilor electromotoare în gol; $\underline{I}_{dg}$, $\underline{I}_{ig}$ si $\underline{I}_{hg}$ – componentele simetrice ale injectiilor de curent; $\underline{Z}_{ABd}$, $\underline{Z}_{ABi}$ si $\underline{Z}_{ABh}$ – respectiv $\underline{Y}_{ABd}$, $\underline{Y}_{ABi}$ si $\underline{Y}_{ABh}$ – impedantele, respectiv admitantele retelelor pasivizate $\underline{S}_{d0}$, $\underline{S}_{i0}$ si $\underline{S}_{h0}$.

Obtinem un sistem de 6 ecuatii cu 6 necunoscute, $\underline{U}_d$, $\underline{U}_i$, $\underline{U}_h$, $\underline{I}_d$, $\underline{I}_i$, $\underline{I}_h$. Dupa rezolvarea sistemului, se obtin necunoscutele $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{U}_3$, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, si $\underline{I}_3$ si din schemele S_d, S_i si S_h se calculeaza curentii si tensiunile elementelor partii echilibrate $\Re_e$.

5.5.4 Puteri în retele trifazate dezechilibrate sub tensiuni nesimetrice

a. <u>Metoda directa de calcul a puterilor</u>

Se considera receptorul trifazat dezechilibrat cu neutrul N accesibil sub tensiuni si curenti nesimetrici, $\underline{U}_{k0}$, $\underline{I}_k$, $\underline{I}_N$ (fig.5.23a). Puterea complexa $\underline{S}$ se calculeaza cu formula:

$$\underline{S} = \underline{U}_{10}\underline{I}_1^* + \underline{U}_{20}\underline{I}_2^* + \underline{U}_{30}\underline{I}_3^*$$

din care se deduc puterile activa P si reactiva Q,

$$P = U_{10}I_1\cos\varphi_1 + U_{20}I_2\cos\varphi_2 + U_{30}I_3\cos\varphi_3$$

$$Q = U_{10} I_1 \sin\varphi_1 + U_{20} I_2 \sin\varphi_2 + U_{30} I_3 \sin\varphi_3$$

în care φ_1, φ_2, φ_3 sunt defazajele dintre tensiunile de faza $\underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{20}$, $\underline{U}_{30}$ si curentii corespunzatori $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ (fig.5.23b).

Pentru masurarea puterii active se utilizeaza trei wattmetre cu bobinele de tensiune conectate între fiecare faza si punctul neutru, iar bobinele de curent în serie cu fiecare conductor de faza (fig.5.23a).

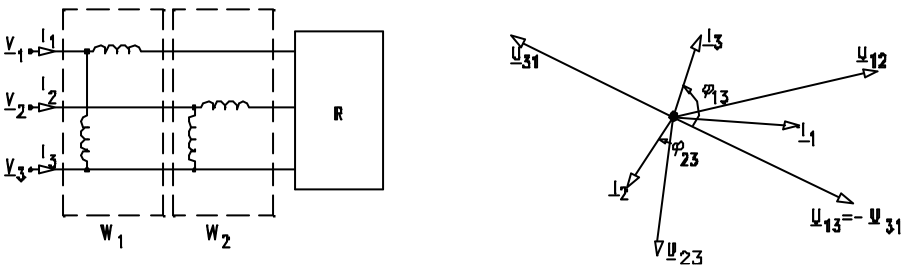

Fig.5.23

Daca neutrul circuitului nu e accesibil, tensiunile retelei sunt date prin componentele lor de linie $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$. Înlocuind în formula puterii S complexe, $\underline{I}_3 = -\underline{I}_1 - \underline{I}_2$, se obtine:

$$\underline{S} = \underline{U}_{10}\overset{*}{\underline{I}}_1 + \underline{U}_{20}\overset{*}{\underline{I}}_2 - \underline{U}_{30}\overset{*}{\underline{I}}_1 - \underline{U}_{30}\overset{*}{\underline{I}}_2 = \underline{U}_{13}\overset{*}{\underline{I}}_1 + \underline{U}_{23}\overset{*}{\underline{I}}_2$$

iar puterile activa P si reactiva Q au expresiile urmatoare:

$$P = U_{13} I_1 \cos\varphi_{13} + U_{23} I_2 \cos\varphi_{23} \;;\; Q = U_{13} I_1 \cos\varphi_{13} + U_{23} I_2 \cos\varphi_{23}$$

unde φ_{13} si φ_{23} fiind defazajele dintre tensiunile $\underline{U}_{13}$, $\underline{U}_{23}$ si curentii $\underline{I}_1$ si $\underline{I}_2$.

Pentru masurarea puterii active, utilizeaza doua wattmetre cu bobinele de tensiune conectate între fazele 1 si 3, respectiv 2 si 3, iar bobinele de curent în serie cu conductoarele 1 si 2.

b. Calculul puterilor în retele trifazate dezechilibrate cu ajutorul componentelor simetrice

Puterea complexa S a unei retele trifazate dezechilibrate în regim nesimetric de tensiuni si curenti are expresia:

$$\underline{S} = \underline{U}_{10}\overset{*}{\underline{I}}_1 + \underline{U}_{20}\overset{*}{\underline{I}}_2 + \underline{U}_{30}\overset{*}{\underline{I}}_3$$

Înlocuind tensiunile cu expresiile în functie de componentele lor simetrice,

$$\underline{U}_{10} = \underline{U}_{fd} + \underline{U}_{fi} + \underline{U}_{fh} \;;$$
$$\underline{U}_{20} = a^2\underline{U}_{fd} + a\underline{U}_{fi} + \underline{U}_{fh} \;;$$
$$\underline{U}_{30} = a\underline{U}_{fd} + a^2\underline{U}_{fi} + \underline{U}_{fh} \;;$$

si grupând dupa aceste componente, se obtine,

$$\underline{S}_{10} = \underline{U}_{fd}\left(\overset{*}{\underline{I}}_1 + a^2\overset{*}{\underline{I}}_2 + a\overset{*}{\underline{I}}_3\right) + \underline{U}_{fi}\left(\overset{*}{\underline{I}}_1 + a\overset{*}{\underline{I}}_2 + a^2\overset{*}{\underline{I}}_3\right) + \underline{U}_{fh}\left(\overset{*}{\underline{I}}_1 + \overset{*}{\underline{I}}_2 + \overset{*}{\underline{I}}_3\right);$$

respectiv

$$\underline{S} = 3\underline{U}_{fd}\overset{*}{\underline{I}}_{fd} + 3\underline{U}_{fi}\overset{*}{\underline{I}}_{fi} + 3\underline{U}_{fh}\overset{*}{\underline{I}}_{fh}$$

în care s-a tinut seama de relatiile: $a^{*}=a^{2}$; $(a^{2})^{*}=a$.

Separând partile reala si imaginara, se deduc expresiile puterilor activa P si reactiva Q în functie de componentele simetrice de tensiune si curent,

$$P = 3U_{fd}I_{fd}\cos\varphi_d + 3U_{fi}I_{fi}\cos\varphi_i + 3U_{fh}I_{fh}\cos\varphi_h$$

$$Q = 3U_{fd}I_{fd}\sin\varphi_d + 3U_{fi}I_{fi}\sin\varphi_i + 3U_{fh}I_{fh}\sin\varphi_h$$

în care φ_d, φ_i, φ_h sunt defazajele dintre componentele simetrice de tensiune si cele de curent.