



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale
2007-2013



Platformă de e-learning și curriculum e-content pentru învățământul superior tehnic

Geometrie computacionala

16. Algoritmul de tratare a evenimentelor. Cazuri degenerate. Dualitatea Diagrama Voronoi / Convex Hull

Algoritmul principal

1. Initializare

- Coada de evenimente $Q \leftarrow$ toate evenimentele de tip site
- Arborele binar de cautare $T \leftarrow \emptyset$
- Structura DCEL $D \leftarrow \emptyset$

2. Cat timp $Q \neq \emptyset$,

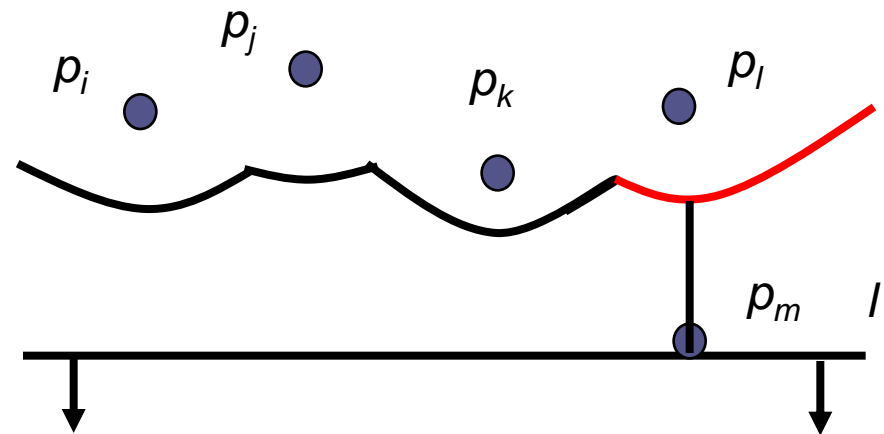
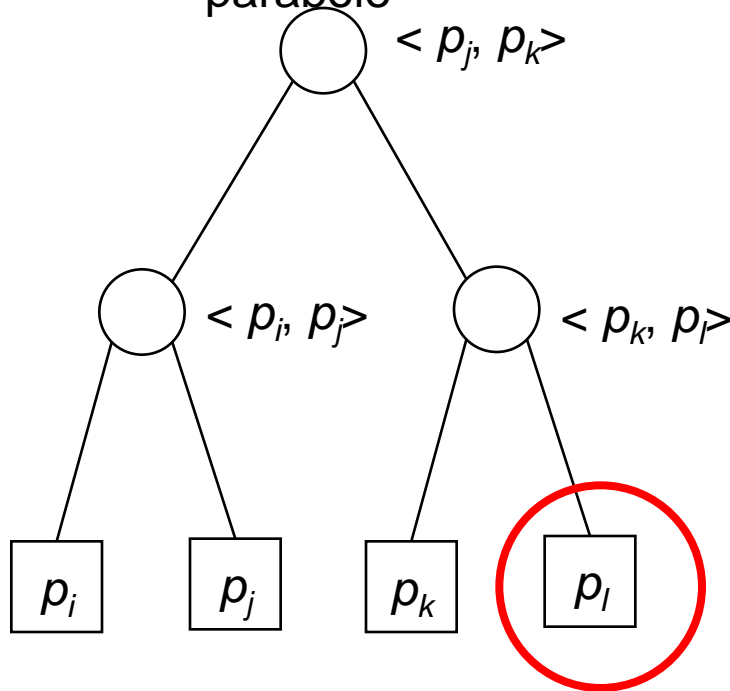
- Scoate evenimentul (e) din Q cu cea mai mare coordonata y
→ $\text{TrateazaEveniment}(e, T, D)$

Tratarea evenimentelor de tip site

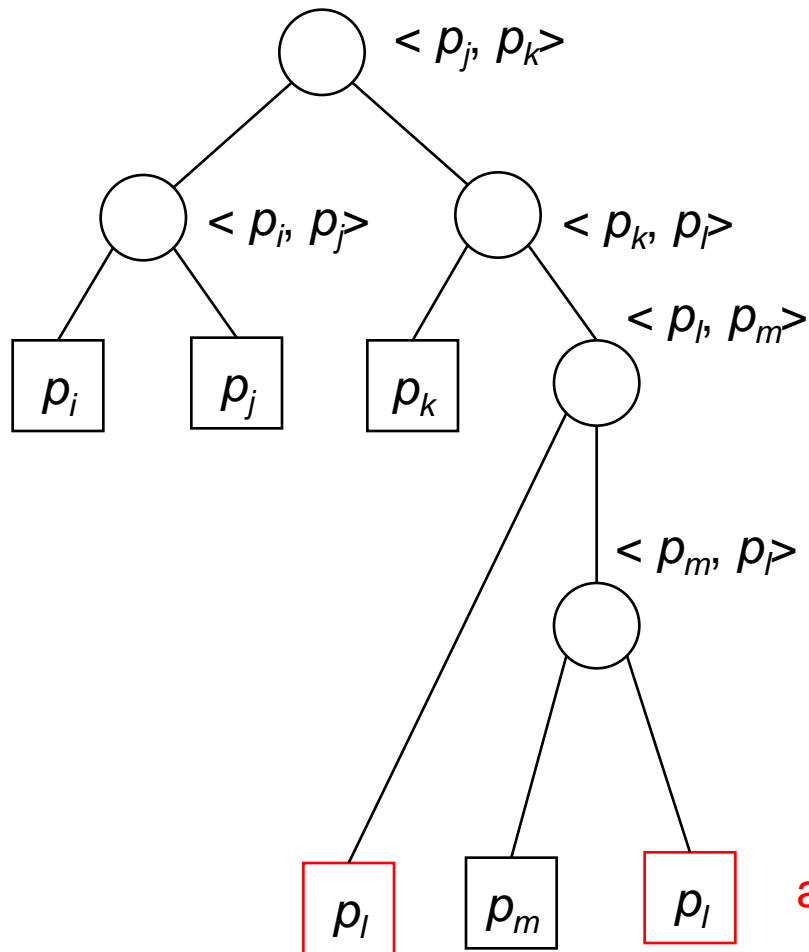
1. Se gaseste frunza din arborele binar corespunzatoare arcului existent deasupra noului site
2. Se elimina false evenimente de tip cerc din coada de prioritati (acelea pentru care cercul contine noul site)
3. Se sparge arcul inlocuind nodul frunza cu un sub arbore reprezentand noul arc si cele doua puncte de rupere
4. Se adauga doua muchii orientate in structura DCEL (reprezentand cele doua orientari ale aceleiasi muchii Voronoi)
5. Se cauta posibile evenimente de tip cerc si se adauga in coada de prioritati (doar daca extremitatea de jos este sub linia de baleiaj). In nodul frunza nou creat se pastreaza referinte la acestea.

Gasirea arcului deasupra sitului

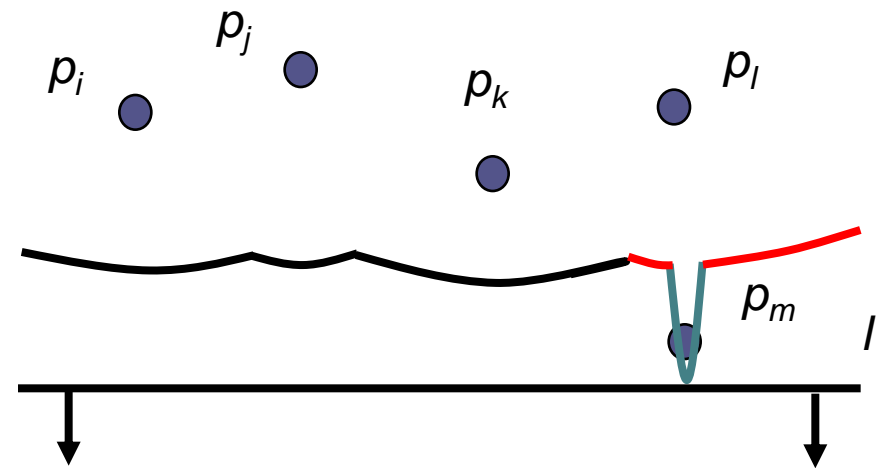
- Coordonata x a noului site este folosita la cautarea binara in arbore
- Coordonatele x ale punctelor de rupere de-a lungul drumului de la radacina la nodul frunza se calculeaza dinamic intersectand parabole



Spargerea arcului

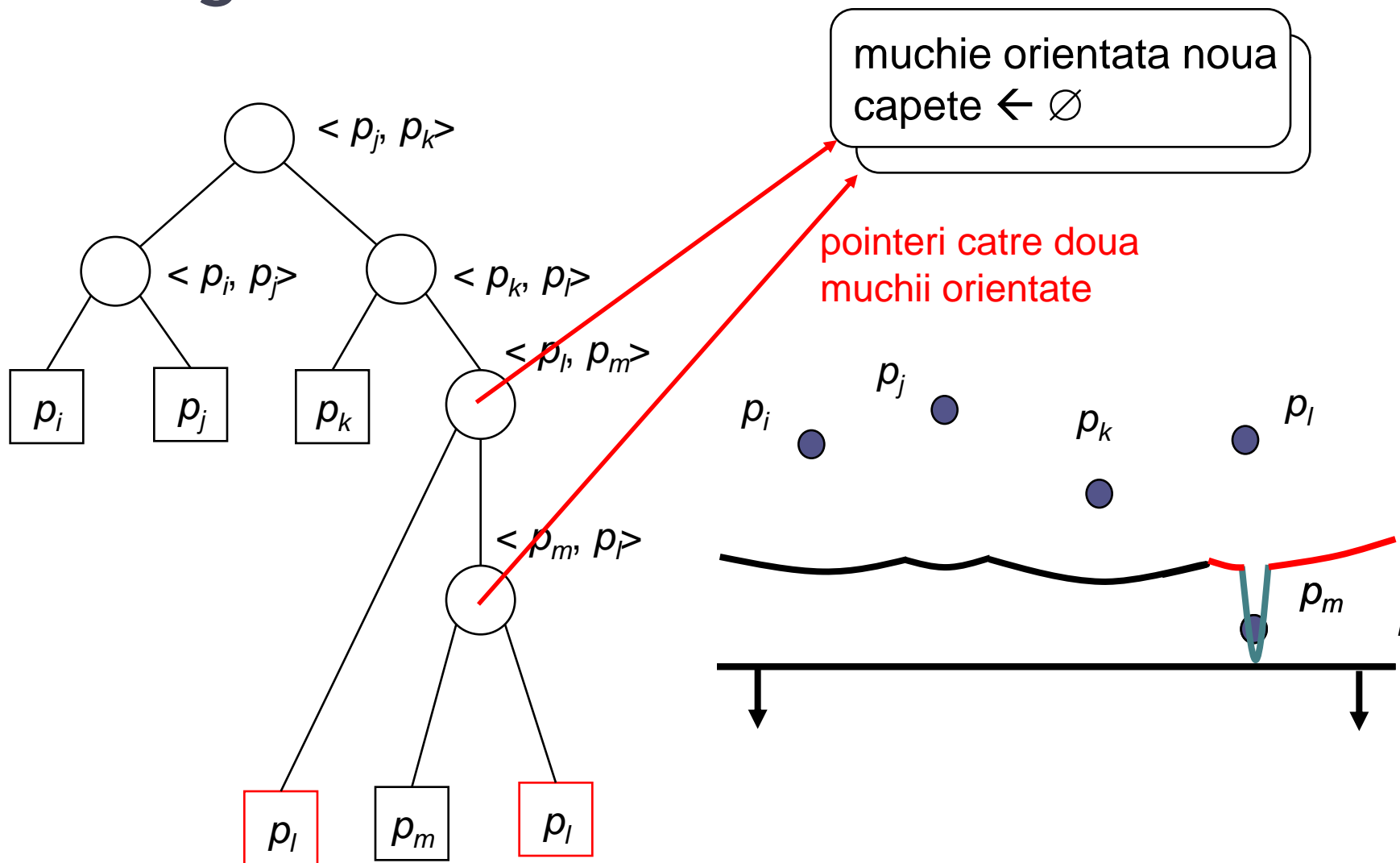


Nodul frunza corespunzator este inlocuit cu un sub-arbore



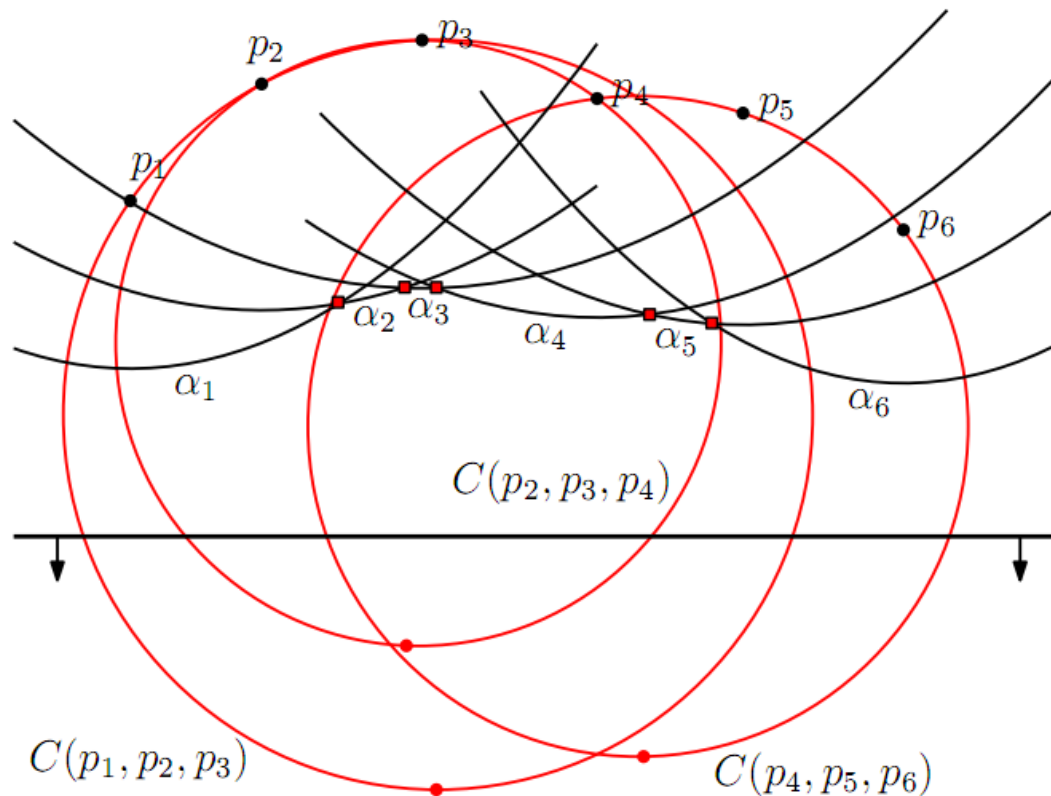
acelasi site poate determina mai multe arce!

Adaugarea unei muchii



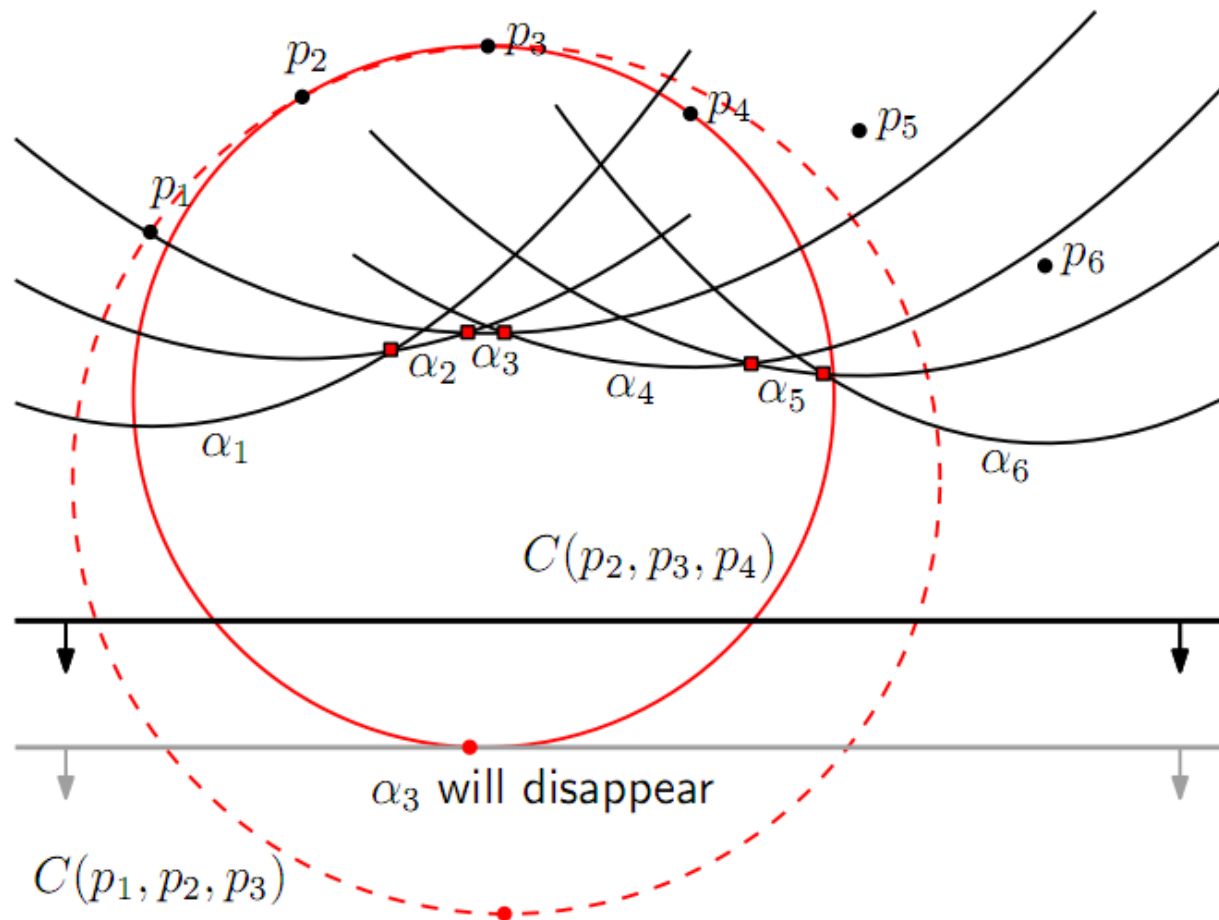
Gasirea evenimentelor de tip cerc

- Se iau triplete de arce (frunze din arbore) consecutive si se verifica daca punctele de rupere converg
- Tripletul cu noul arc in mijloc nu poate genera un eveniment de tip cerc



Alarme false

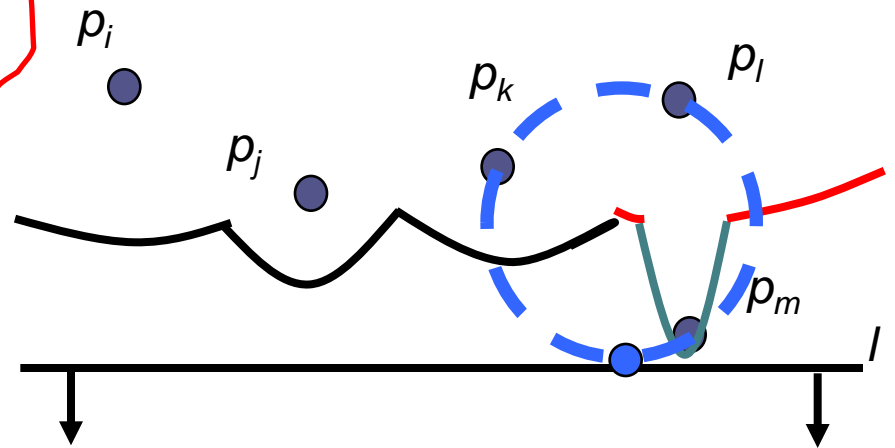
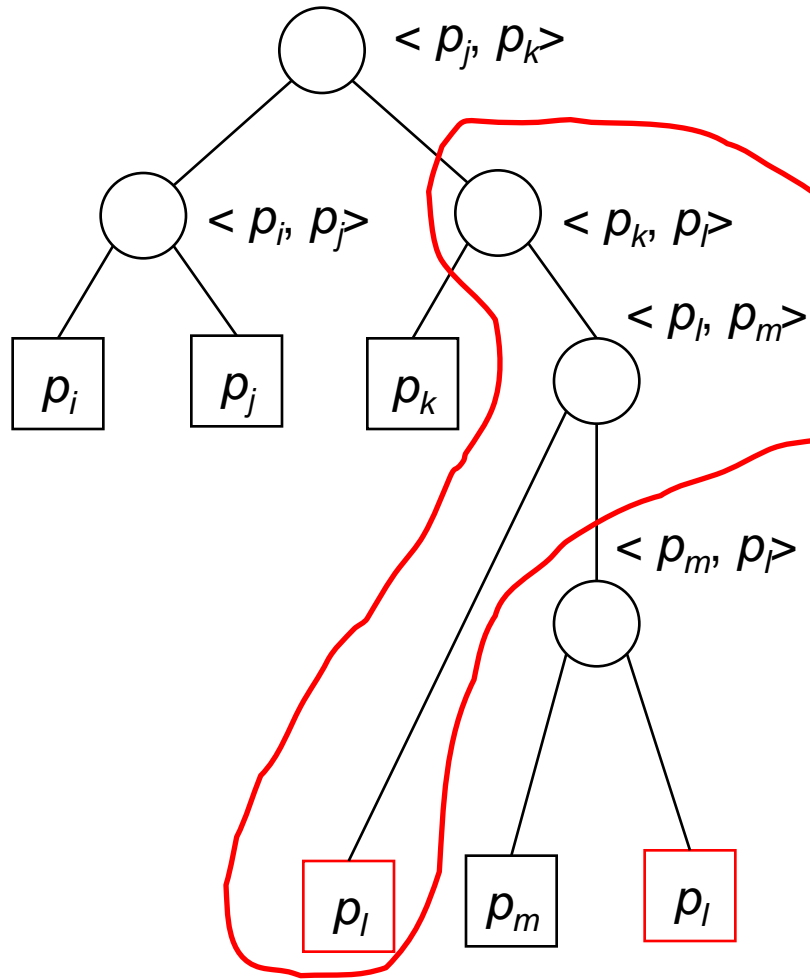
- Un nou site poate fi situat in interiorul cercului corespunzator unui eveniment neprocesat inca, pe care il anuleaza.



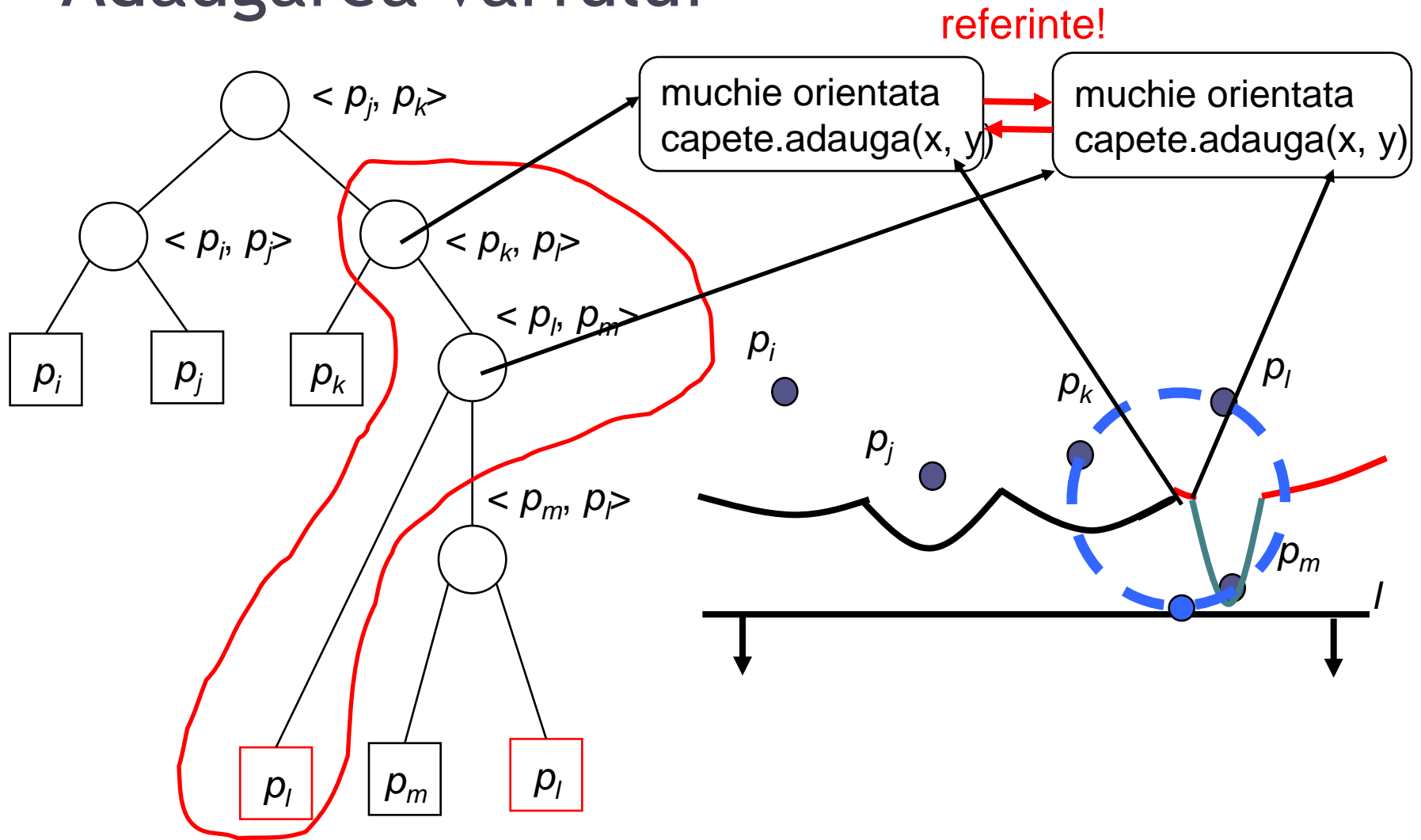
Tratarea evenimentelor de tip cerc

1. Se adauga varful Voronoi in structura DCEL, se adauga doua noi muchii orientate si se conecteaza cele 6 muchii orientate incidente la varf
2. Se sterge din arborele binar frunza corespunzatoare arcului care dispare si se actualizeaza punctele de rupere
3. Se elimina posibilele evenimente de tip cerc din coada care contin arcul disparut
4. Se verifica tripletele de arce consecutive nou formate daca determina evenimente de tip cerc si se adauga in coada de prioritati (doar daca extreminatea de jos a cercului este sub linia de baleiaj).

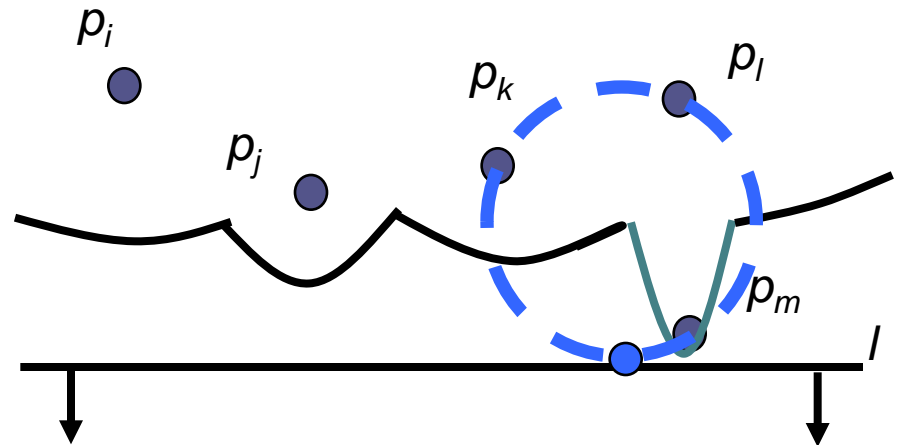
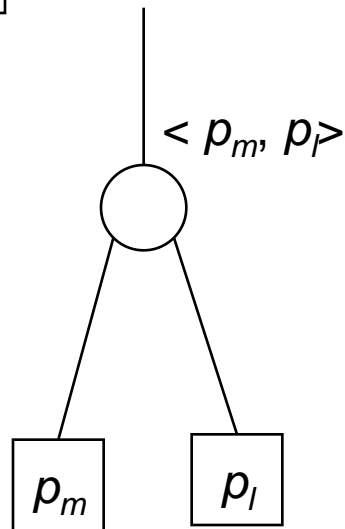
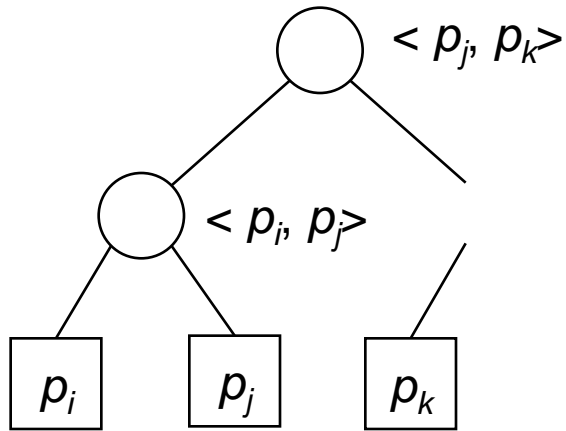
Un evenement de tip cerc



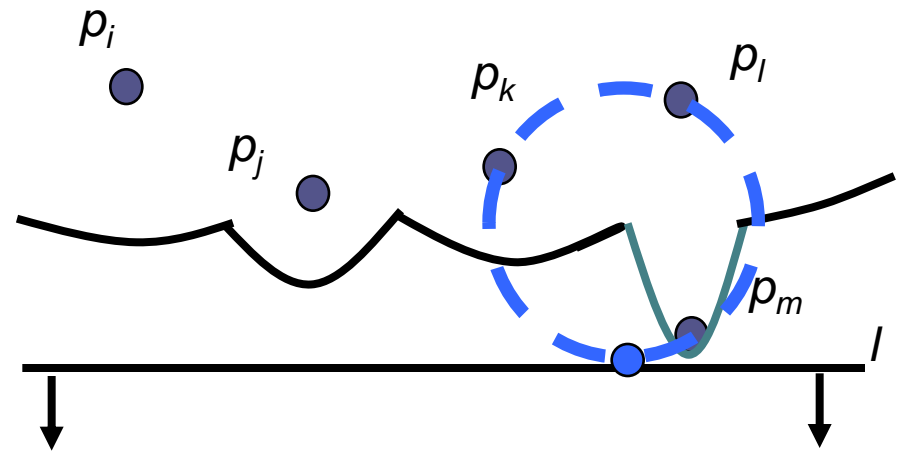
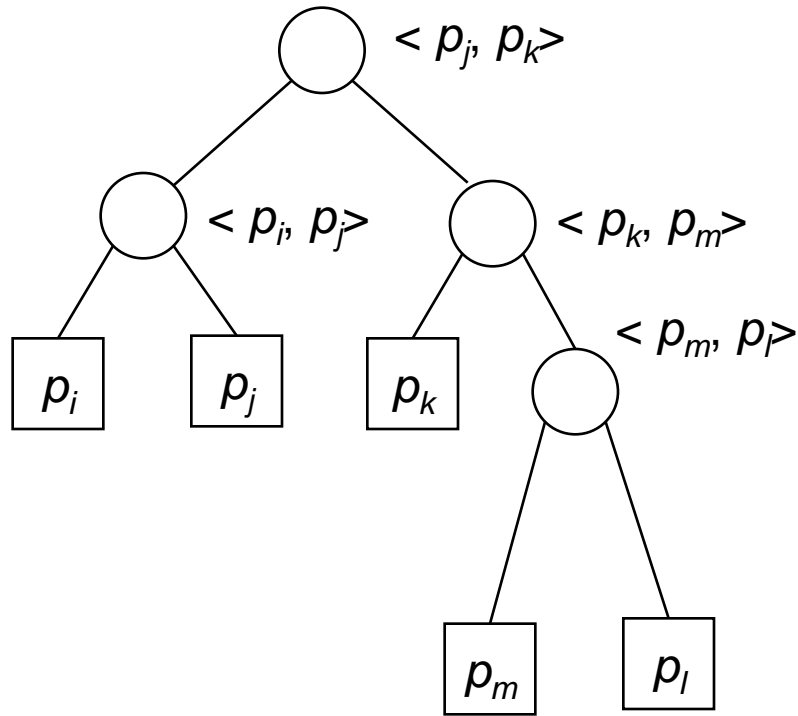
Adaugarea varfului



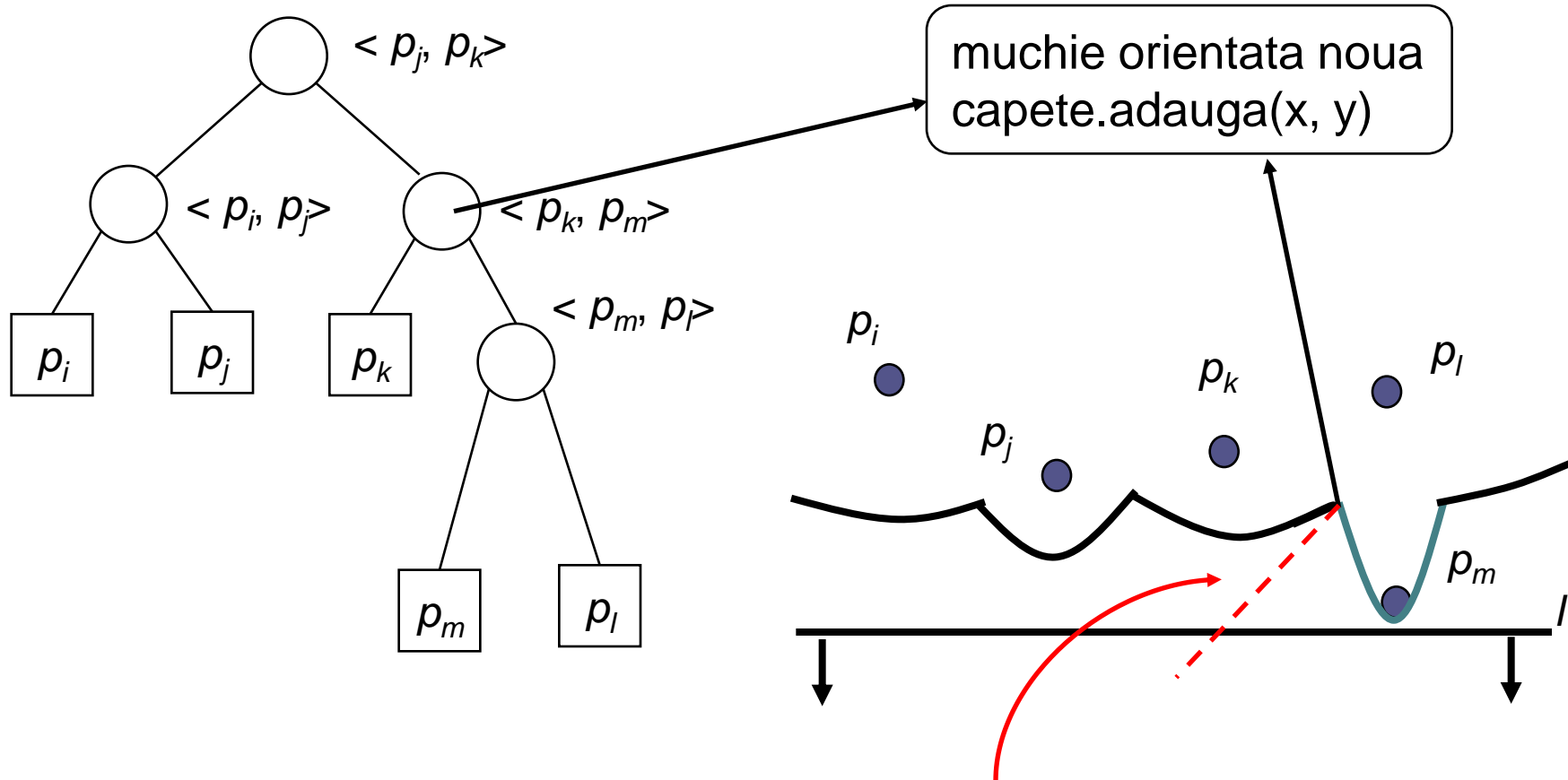
Stergerea arcului care dispare (1)



Stergerea arcului care dispare (2)

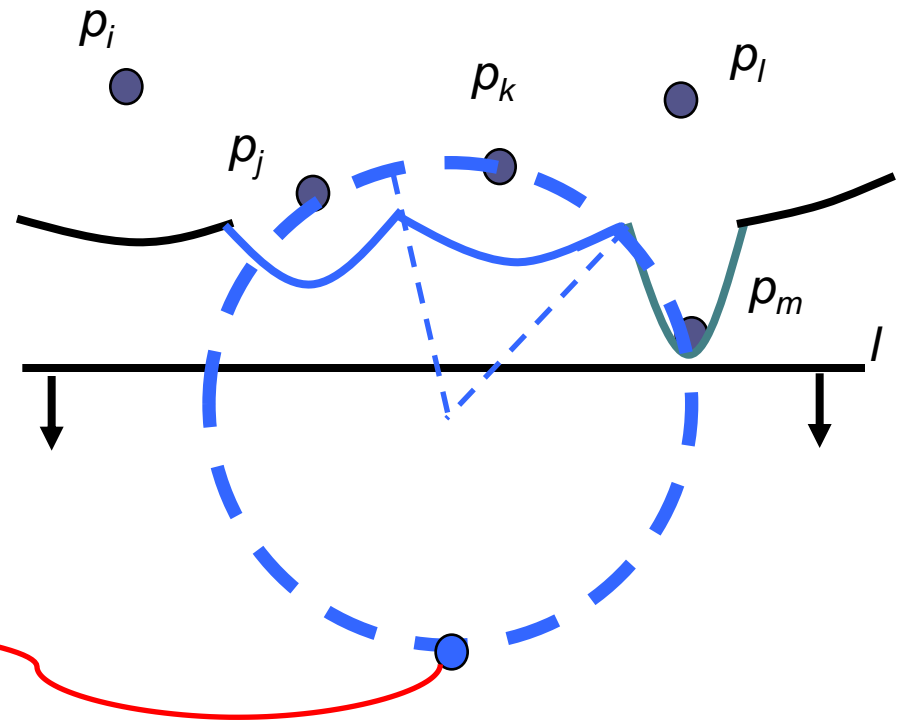
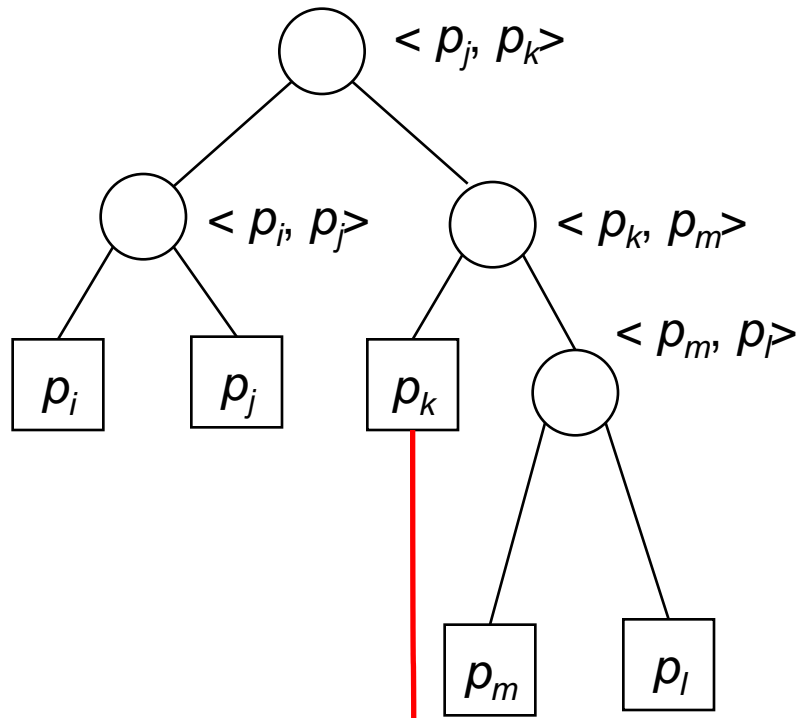


Adaugare muchii



O noua muchie e trasata de noul punct de rupere $\langle p_k, p_m \rangle$

Gasirea evenimentelor de tip cerc



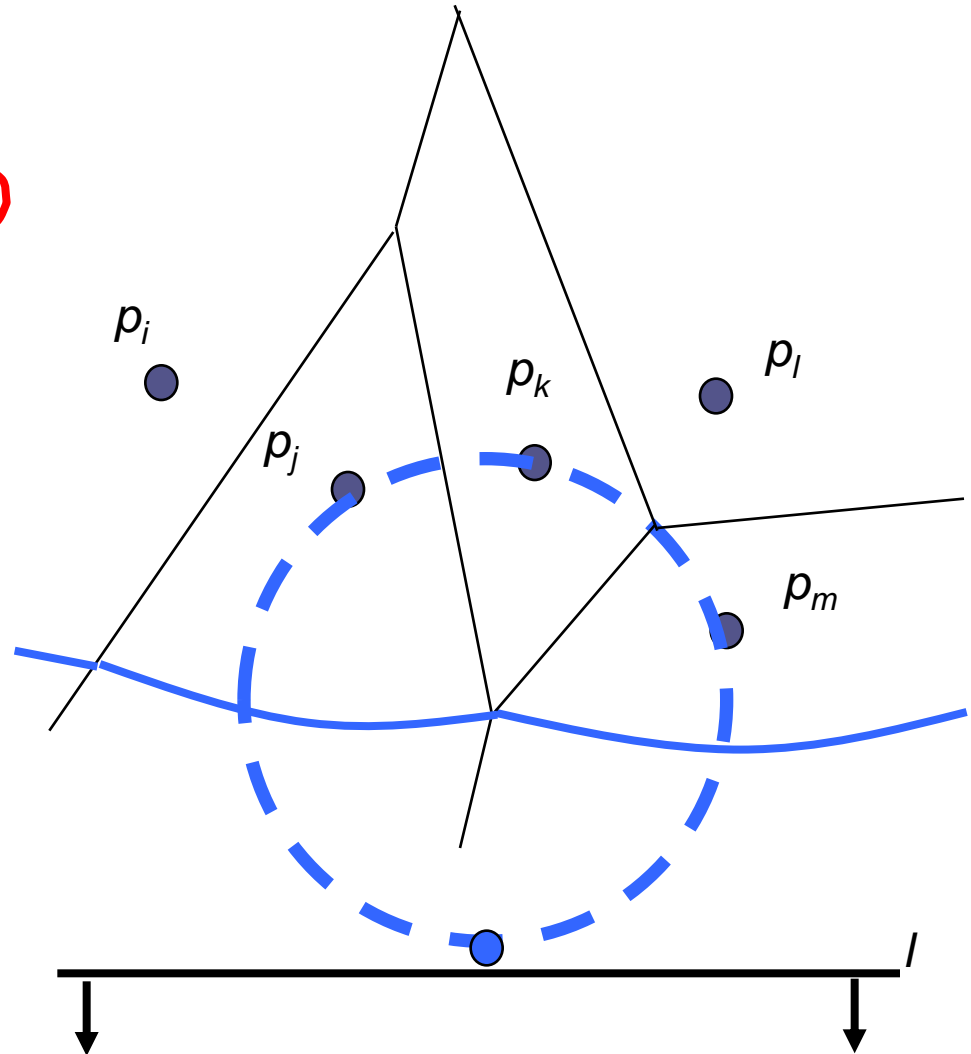
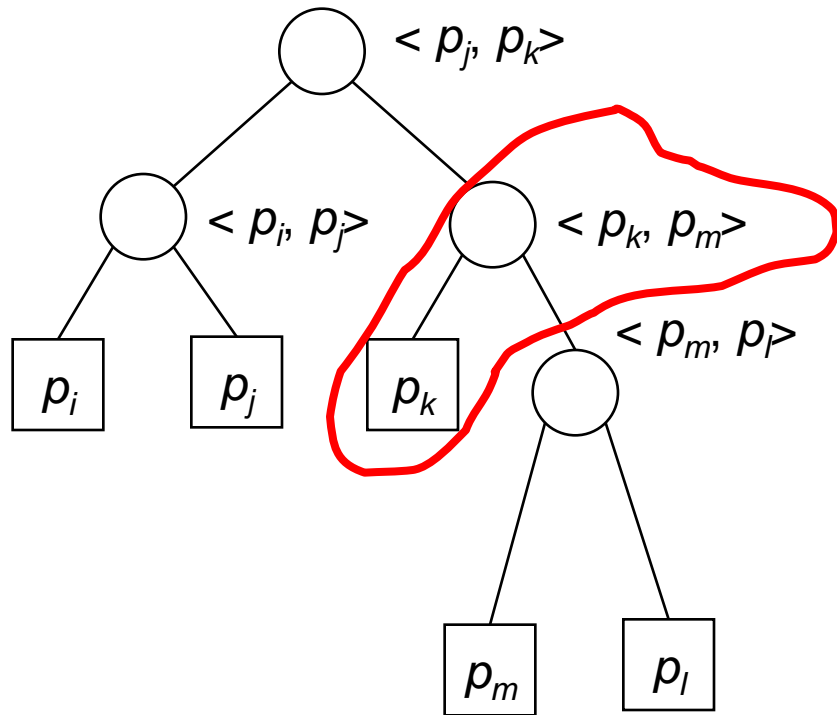
Q ... y

nou eveniment de tip cerc

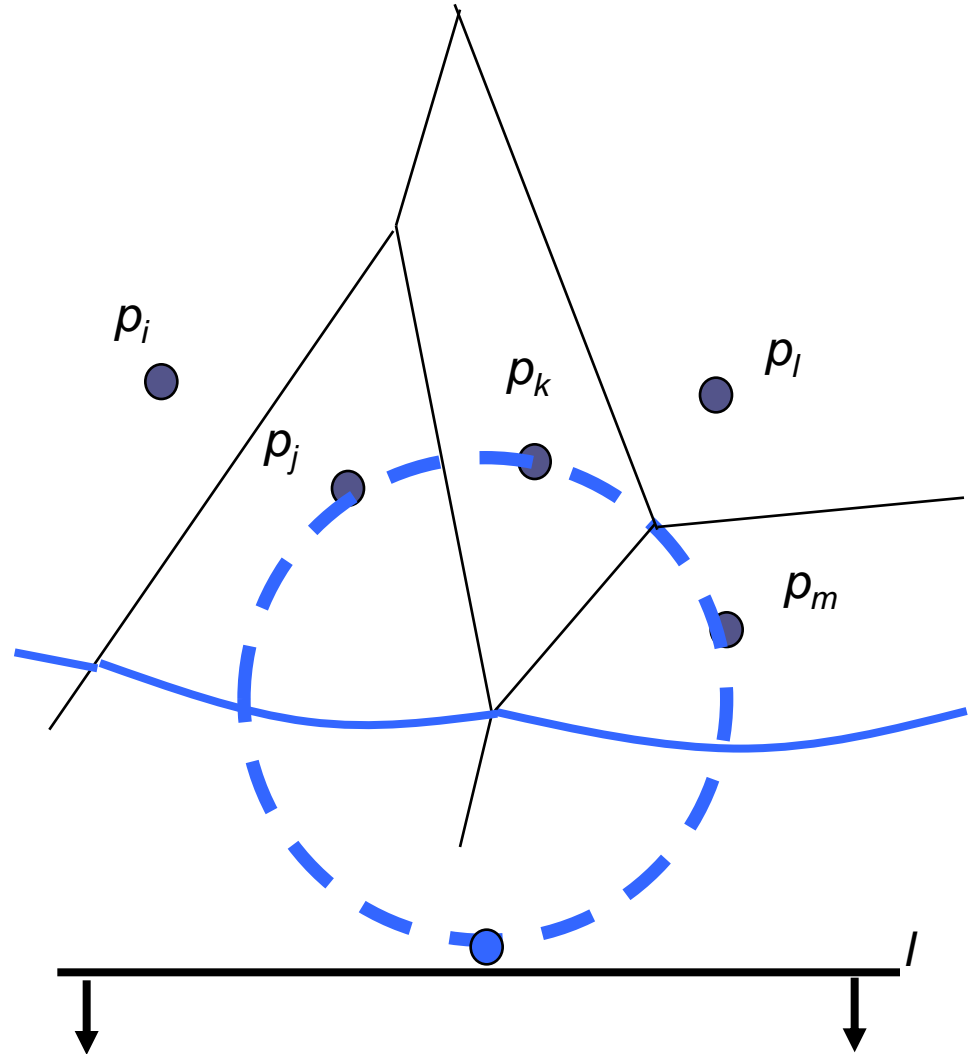
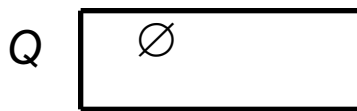
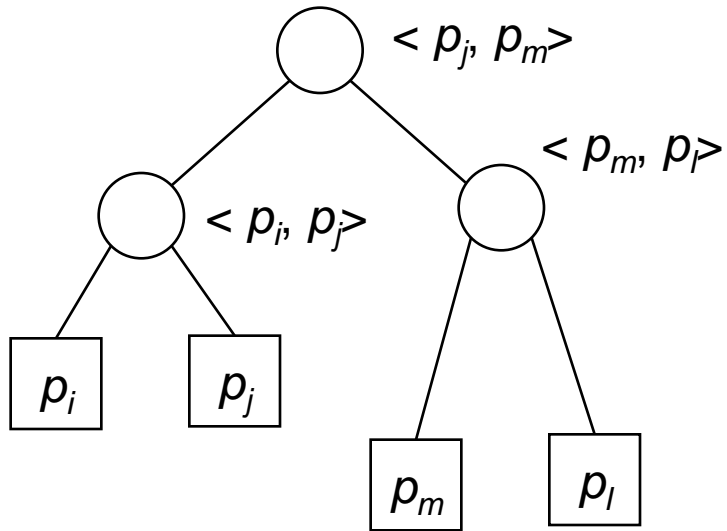
Terminarea algoritmului (1)

- Tratarea evenimentelor se opreste cand coada este vida, dar linia de front si punctele de rupere continua sa traseze muchii Voronoi
 - Aceste muchii “semi-infinite” se marginesc printr-un set de granite prestabilite (**bounding box**)

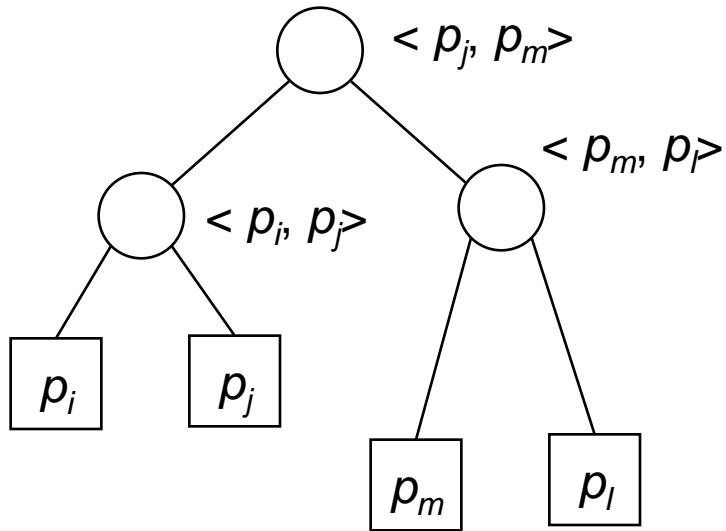
Terminarea algoritmului (2)



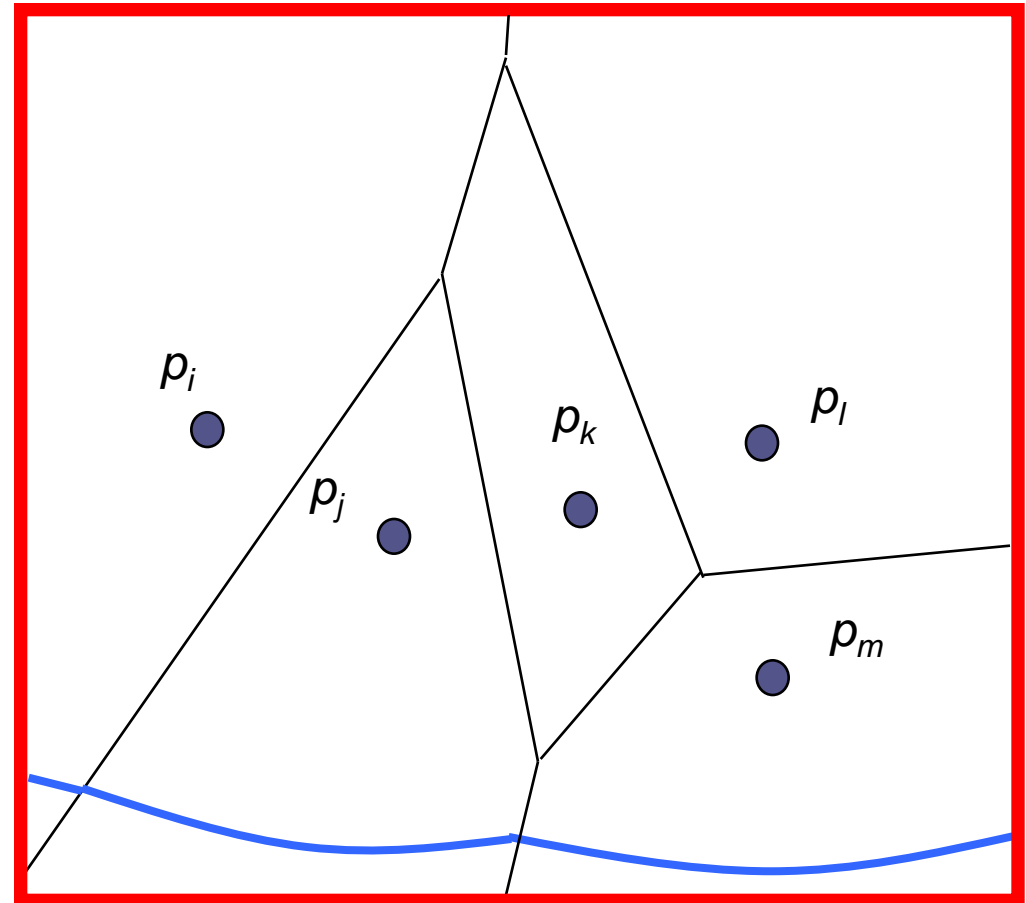
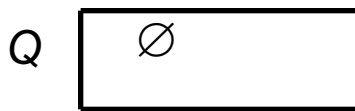
Terminarea algoritmului (3)



Terminarea algoritmului (4)



Muchiile semi-infinite se
marginesc prin granite
prestabilite!

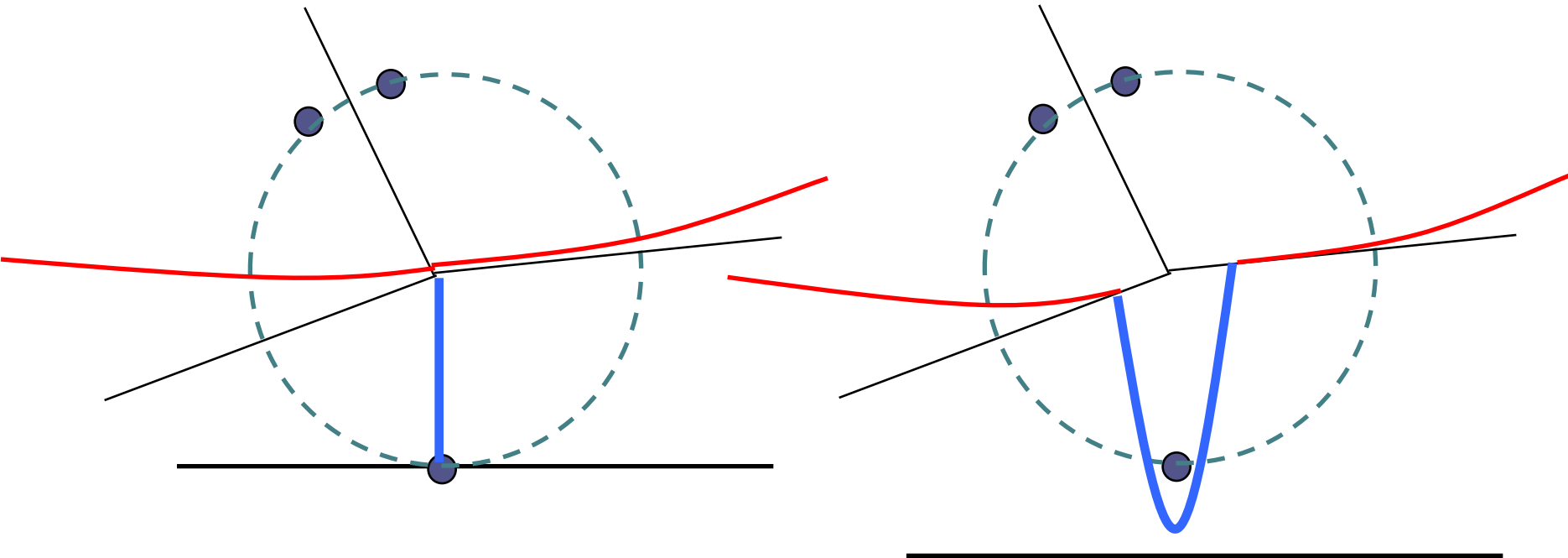


Cazuri degenerate

- Evenimente din Q au aceeași coordonată y
 - Se pot sorta adițional după coordonata x
- Evenimente de tip cerc determinate de mai mult de 3 situri
 - Varianta curentă produce mai multe varfuri Voronoi de grad 3 unite prin muchii de lungime nulă
 - Poate fi remediat în etapa de postprocesare
- Siturile sunt colineare (punctele de rupere nu converg și nici nu diverg)
 - Se rezolvă în etapa finală de marginire a diagramei
- Unul din situri coincide cu extremitatea de jos a unui eveniment de tip cerc
 - Nu este un caz special!

Situl coincide cu evenimentul de tip cerc

- Se aplica algoritmul general:
 1. Se detecteaza un nou site
 2. Se sparge una din muchii la o distanta infinitesimal de mica fata de capat



Complexitate

- Initializare: $O(n \log n)$ – sortarea siturilor.
- Fiecare site poate genera cel mult doua noi arce
→ linia de front poate avea cel mult $2n - 1$ arce
→ cel mult $O(n)$ evenimente de ambele tipuri se pot afla in coada
- *Fiecare eveniment tratat in $O(\log n)$.*
- **Timp total:** $O(n \log n)$ – Optimal.
- **Spatiu:** Structurile de date ale liniei de front si a diagramei Voronoi necesita spatiu liniar – $\Theta(n)$.

Dualitatea Diagrama Voronoi / Convex Hull

Siturile care au comune muchii semi-infinite sunt varfuri ale infasuratorii convexe

