



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI



Instrumente Structurale
2007-2013



Platformă de e-learning și curriculă e-content pentru învățământul superior tehnic

Proiectarea Logică

20. Sinteza numaratoarelor

SINTEZA NUMĂRĂTOARELOR

Numărătoarele sunt printre cele mai simple automate cu stări finite. Vor fi considerate, în continuare, numărătoarele sincrone. Numărătoarele sincrone își schimbă starea la fiecare impuls de ceas. Pentru o mai ușoară înțelegere s-a ales, ca în cele ce urmează, să se analizeze un numărător binar, crescător, cu trei ranguri. Fiecare stare a acestui numărător se va identifica prin valorile binare ale celor trei ranguri componente ale numărătorului. Diagrama graf a tranziției stărilor este prezentată în figura 12.

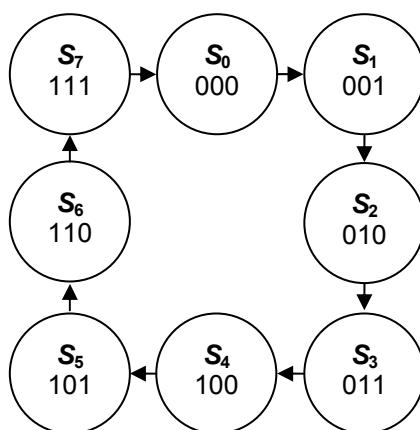


Figura 12. Diagrama de stări a unui numărător binar cu trei ranguri.

Echivalentă, funcțional, diagramei de stări din figura 1 este descrierea tranzițiilor prezentată în tabelul 1. Descrierea tabelară a tranzițiilor unui automat se numește *tabelul tranzițiilor stărilor* sau, mai scurt, *tabelul stărilor*.

Tabelul 1.
Tranzițiile numărătorului binar cu trei ranguri

	Starea curentă			Starea viitoare			
	Q^t			Q^{t+1}			
	Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	
S_0	0	0	0	S_1	0	0	1
S_1	0	0	1	S_2	0	1	0
S_2	0	1	0	S_3	0	1	1
S_3	0	1	1	S_4	1	0	0
S_4	1	0	0	S_5	1	0	1
S_5	1	0	1	S_6	1	1	0
S_6	1	1	0	S_7	1	1	1
S_7	1	1	1	S_0	0	0	0

Fiecare linie din tabelul stărilor corespunde unei tranziții din diagrama de stări (graful stărilor). Fiecare rang al stării numărătorului corespunde unui bistabil. Pentru acest numărător vor fi necesare trei bistabile, notate prin Q_0 , Q_1 și Q_2 .

Din rațiuni de simplitate, ale acestui exemplu, s-a ales ca numărătorul să fie implementat prin bistabile D . Motivul este evident, bistabilul D are proprietatea că la fiecare impuls de ceas starea sa viitoare (0 sau 1) este determinată exclusiv prin valoarea binară aplicată liniei sale de date (D).

Circuitul logic al stării viitoare determină, în funcție de valorile curente ale bistabililor număratorului, valorile viitoare ale fiecărui bistabil al număratorului. Valorile viitoare ale stărilor vor fi încărcate în bistabilele respective la următorul impuls de ceas.

		Q_2	
		0	1
$Q_1 Q_0$	00		1
	01		1
	11	1	
	10		1

$$Q_2^+ = Q_2' Q_1 Q_0 + Q_2 Q_1' + Q_2 Q_0'$$

Figura 13 (a).

		Q_2	
		0	1
$Q_1 Q_0$	00		
	01	1	1
	11		
	10	1	1

$$Q_1^+ = Q_1' Q_0 + Q_1 Q_0'$$

Figura 13 (b).

		Q_2	
		0	1
$Q_1 Q_0$	00	1	1
	01		
	11		
	10	1	1

$$Q_0^+ = Q_0'$$

Figura 13 (c).

Dacă pentru implementarea acestui numărător sunt utilizate bistabile $J-K$ atunci este util ca tabelul stărilor să fie extins cu coloanele liniilor $J-K$ pentru fiecare bistabil. Completarea acestor coloane trebuie să se ia în considerație modul specific de funcționare al acestui tip de bistabil.

În tabelul 2 este descrisă asocierea valorilor liniilor de date J și K ale bistabilelor $J-K$ în funcție de tranziția stărilor unui astfel de bistabil.

Tabelul 2.
 Valorile liniilor de date J și K ,
 în funcție de tranziția stărilor
 unui bistabil J - K

Q^t	Q^+	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

În tabelul 3 este prezentată tranziția stărilor împreună cu valorile liniilor J și K pentru fiecare din cele trei bistabile ale număratorului binar crescător sincron.

Tabelul 3.
 Tranzițiile număratorului binar cu trei ranguri
 cu extensia necesară implementării prin bistabile J - K

Starea curentă				Starea viitoare									
Q^t				Q^{t+1}									
	Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	J_2	K_2	Q_1	J_1	K_1	Q_0	J_0	K_0	
S_0	0	0	0	S_0	0	0	X	0	0	X	1	1	X
S_1	0	0	1	S_1	0	0	X	1	1	X	0	X	1
S_2	0	1	0	S_2	0	0	X	1	X	0	1	1	X
S_3	0	1	1	S_3	1	1	X	0	X	1	0	X	1
S_4	1	0	0	S_4	1	X	0	0	0	X	1	1	X
S_5	1	0	1	S_5	1	1	0	1	1	X	0	1	X
S_6	1	1	0	S_6	1	X	0	1	X	0	1	1	X
S_7	1	1	1	S_7	0	X	1	0	X	1	0	X	1

Sunt frecvente situațiile în care un numărator parcurge o secvență de stări mai scurtă, cu mai puține stări, decât numărul maxim posibil corespunzător numărului de bistabile utilizat.

Se consideră, în acest sens, un numărator arbitrar specificat prin graful tranzițiilor de stare din figura 14.

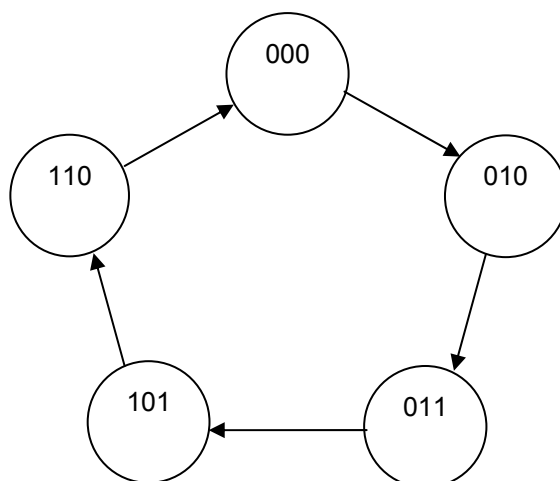


Figura 14. Diagrama de tranziție a stărilor unui numărator sincron arbitrar.

Tabelul 4.
Tranzițiile numărătorului sincron binar
arbitrar cu trei ranguri

Starea curentă			Starea viitoare		
Q^t			Q^{t+1}		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0
0	0	0	0	1	0
0	0	1	-	-	-
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	-	-	-
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	-	-	-

Se presupune o implementare cu bistabile D , pentru acest numărător sincron binar arbitrar.

		Q_2	
		0	1
$Q_1 Q_0$	00		x
	01	x	1
	11	1	x
	10		

$$Q_2^+ = Q_0$$

Figura 15 (a).

		Q_2	
		0	1
$Q_1 Q_0$	00	1	x
	01	x	1
	11		x
	10	1	

$$Q_1^+ = Q_1' + Q_0' Q_2'$$

Figura 15 (b).

		Q_2	
		0	1
$Q_1 Q_0$	00		x
	01	x	
	11	1	x
	10	1	

$$Q_0^+ = Q_1 Q_2'$$

Figura 15 (c).

Se poate ușor remarca faptul că nu toate combinațiile posibile de trei biți reprezintă stări valide. Stările neutilizate (001, 100 și 111) pot servi drept condiții neprecizate și pot aduce avantaje în procesul de simplificare.

Profitând de termenii neprecizați (prin interpretarea de stărilor neutilizate) în figura 15 sunt arătate diagramele Karnaugh corespunzătoare și rezultatele simplificării logice pentru cele trei variabile de stare.

Privitor la funcționarea reală a circuitelor secvențiale trebuie făcută precizarea că atunci când nu sunt prevăzute circuite, dedicate inițializării acestor circuite, starea inițială a acestora după punerea sub tensiune poate fi supusă hazardului. În cazul circuitelor secvențiale care utilizează toate codurile de stare acest fapt poate fi de mai mică importanță.

Circuitele secvențiale cu stări neutilizate explicit, dar implicit utilizate ca fiind neprecizate pot prezenta, la inițializare, situații total nedorite.

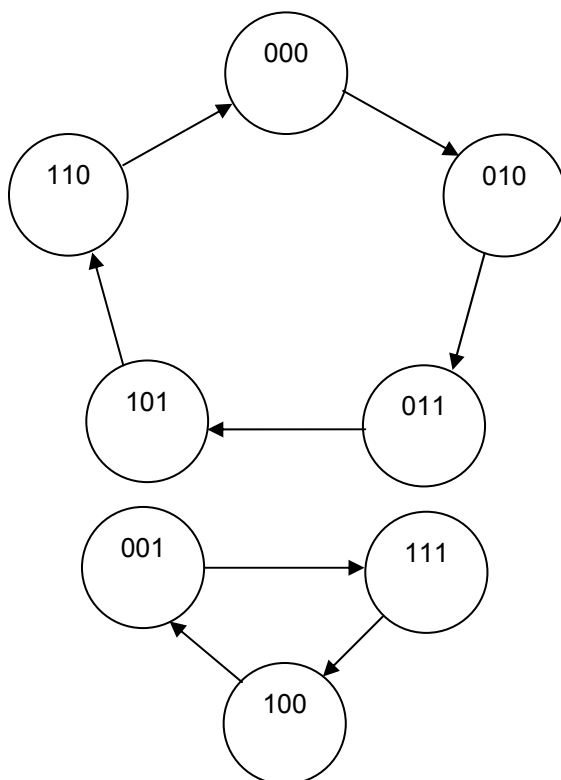


Figura 16. Diagrama de tranziție a stărilor unui numărator sincron având două cicluri de stări.

Se consideră, spre exemplu, un numărator a cărui diagrama de tranziție este prezentată în figura 16. Se deosebesc două inele, cicluri, de stări.

Primul inel de stări corespunde funcționării specificate, nominale a acestui numărator. Cel de-al doilea, constituit din doar trei stări, este nedorit dar este constituibil, posibil, din modul în care au fost utilizate codurile stărilor neprecizate.

De remarcat că dificultatea problemei rezidă în faptul că odată inițiată o stare din cel de-al doilea ciclu, automatul rămâne captiv în acest ciclu – funcționând într-o manieră absolut neconformă specificațiilor.

Se poate vedea proiectarea numărătorului în care au fost utilizate codurile unor stări neprecizate pentru ca să se poată stabili condiția extinsă de funcționare a acestuia. O metodă simplă poate fi inițiată pornind de la diagramele Karnaugh și prin actualizarea tabelului tranzițiilor corespunzător modului în care au fost transformați termenii neprecizați în unități (cei incluși în contururile de minimizare). Diagrama graf extinsă, cuprinzând și acești termeni neprecizați este prezentată în figura 17.

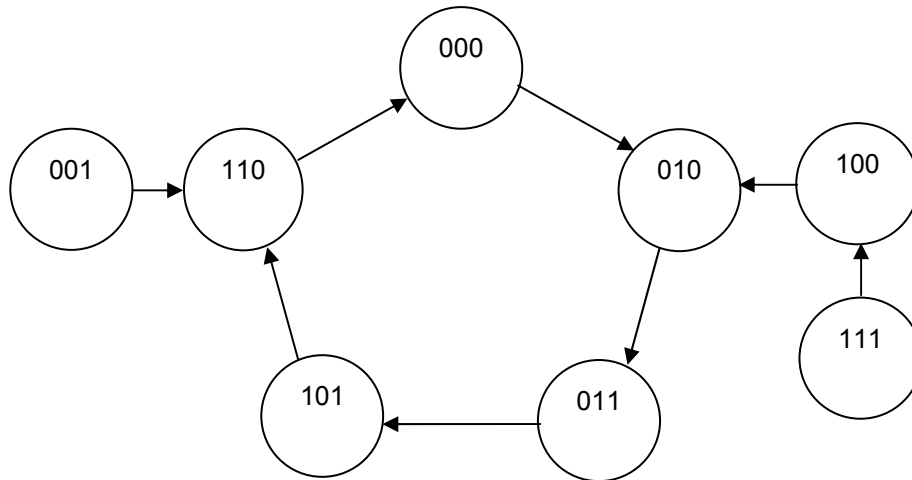


Figura 17. Diagrama de tranziție a stărilor unui numărător sincron având incluse și stările neutlizate.

Pentru proiectarea realizată pentru numărătorul respectiv s-a dovedit că și în situația în care numărătorul se inițializează într-una din stările neutlizate, după ce mult două impulsuri de ceas acesta reintră în funcționarea nominală.

Numărătoarele pot fi proiectate să funcționeze atât crescător cât și descrescător. Astfel de numărătoare sunt numite *numărătoare reversibile*. Exemplul care urmează ilustrează acest mod de proiectare.

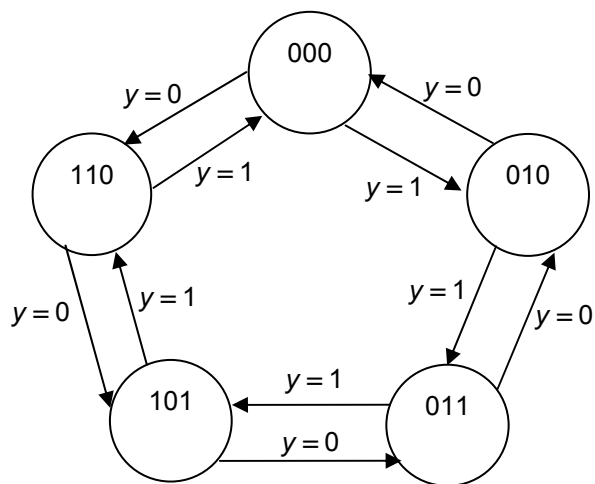


Figura 18. Diagrama de tranziție a stărilor numărătorului sincron arbitrar reversibil.

Numărătorul sincron arbitrar reversibil din figura 18 tranzitează dintr-o stare într-alta guvernat prin valoarea variabilei y .

Pentru valoarea 1 a variabilei y , diagrama de stări din figura 18 este parcursă crescător (în sensul acelor ceasornicului) în timp ce pentru valoarea 0, a variabilei y , diagrama de stări, din aceeași figură, este parcursă descrescător (în sens invers acelor ceasornicului).

Tabelul 5.
Tranzițiile numărătorului sincron binar arbitrar, reversibil, cu trei ranguri

Starea curentă Q^t			Starea viitoare Q^{t+1}		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0
$y = 1$					
0	0	0	0	1	0
0	0	1	-	-	-
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	-	-	-
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	-	-	-
$y = 0$					
0	0	0	1	1	0
0	0	1	-	-	-
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	-	-	-
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	-	-	-

Un tabel de tranziții al stărilor acestui numărător, cu bistabile $J-K$, este alcătuit în aceeași manieră prin care s-a determinat, anterior, tabelul 3.

Proiectarea și optimizarea acestui numărător este un exercițiu tipic al acestor circuite secvențiale.