

Codificarea minimă a unui set de microinstrucțiuni

În proiectarea unităților de comandă microprogramate, după ce s-a determinat setul de microinstrucțiuni complete ce realizează execuția unui microsubbloc în minimum de pași prin controlul tuturor operațiilor paralele ce se pot executa în sistem, se pune problema codificării minime a acestui set de microinstrucțiuni.

Problema optimizării numărului de biți constă în a stabili lungimea cuvântului memoriei de control ce specifică microinstrucțiunile, astfel încât aceasta să fie minimă, având în vedere asigurarea controlului tuturor microoperațiilor paralele specificate de secvența de microinstrucțiuni ce descrie unitatea de comandă.

Practic se va stabili organizarea logică a microinstrucțiunilor prin specificarea câmpurilor și a microoperațiilor din fiecare câmp, astfel încât orice microinstrucțiune completă să poată fi specificată. Stabilirea structurii logice a microinstrucțiunii va fi realizată având în vedere următoarele aspecte:

- microoperațiile specificate de fiecare microinstrucțiune completă ;
- natura componentelor fizice cu care se va face implementarea memoriei de control.

Schwartz [SCHW] a fost primul care a formulat această problemă prin introducerea unui model de w cuvinte a N biți fiecare, în care fiecare cuvânt putea specifica una sau mai multe microoperații. Algoritmul propus de el, bazat pe o enumerare exhaustivă, generează o codificare a setului de microoperații distincte într-un număr minim de câmpuri.

Grasselli și Montanari [GRA] au arătat că soluția cu un număr minim de câmpuri nu asigură număr minim de biți. Ei au reformulat problema încadrând-o în teoria comutației, reducând problema optimizării numărului de biți la problema acoperirii mintermenilor cu implicați primi.

Problema este reluată de Das și Barrejee [DAS] plecând de la clasele maximale de compatibilitate, generând soluții mai bune decât cele obținute de Grasselli.

Toate aceste metode sunt bazate pe presupunerea că toate microoperațiile specificate de microinstrucțiunile complete ale partiției microblocului, care se execută în paralel, se desfășoară în cadrul aceleiași faze a ciclului memoriei de control. Sunt aplicabile numai pentru microinstrucțiunile monofazice.

Problema minimizării în cadrul microinstrucțiunilor polifazice a fost tratată de Dasgupta. În prezentarea pe care o face, a considerat ca microoperațiile din același câmp sunt executate în aceeași fază a ciclului microinstrucțiunii.

Problema generală a optimizării numărului de biți este o problemă din clasa "NP complete". Apartenența la clasa "NP complete" a fost demonstrată de Robertson [ROBE79]. Având în vedere faptul că memoriile PROM sunt configurate în general pe 4 sau 8 biți și că problema generală a optimizării face parte din clasa "NP complete" este bine ca soluțiile adoptate pentru codificarea minimă a unui set de microinstrucțiuni să aibă și un caracter ingineresc. În cele ce urmează o să se prezinte o modalitate de codificare aproape minimă a unui set de microinstrucțiuni bazată pe un algoritm cu caracter ingineresc.

Def. 1

Fie $mPt = \{mIC_1, mIC_2, \dots, mIC_{[mPt]}\}$ partiția unui microsubbloc în microinstrucțiuni complete și $MB(mO) = \{mO_1, mO_2, \dots, mO_{[MB]}\}$ setul de microoperații distincte din cadrul microsubblocului.

Două microoperații mO_i și mO_j sunt **compatibile** dacă pentru orice k , $1 \leq k \leq [mPt]$, dacă $mO_i \in mIC_k$ atunci $mO_j \notin mIC_k$.

Compatibilitatea între două microoperații trebuie privită în sensul că cele două microoperații nu sunt specificate (nu sunt active) niciodată împreună în cadrul unei microinstrucțiuni din microbloc. Controlul resurselor sistemului microprogramat nu necesită niciodată efectuarea în paralel a celor două microoperații.

Def. 2

Două microoperații $mO_i \in MB(mO)$, $mO_j \in MB(mO)$ sunt **incompatibile** dacă există cel puțin o microinstrucțiune completă mIC astfel încât $mO_i \in mIC_k$ și $mO_j \in mIC_k$.

Def. 3

O clasă de compatibilitate $CC(mO)$ este un set (subset) al mulțimii $MB(mO)$ în care oricare două microoperații sunt compatibile între ele.

$CC(mO) = \{mO \mid \text{pt orice } mO_i, mO_j \in CC(mO) \text{ avem } mO_i \text{ compatibilă cu } mO_j\}$

Def. 4

O clasă de compatibilitate maximă $MCC(mO)$ este acea clasă de compatibilitate la care nu mai poate fi adăugată nici o microinstrucțiune fără a se pierde compatibilitatea.

$MCC(mO) = \{mO_j \mid \text{pt orice } mO_i \notin MCC(mO), \text{ există } mO_j \in MCC(mO) \text{ astfel încât } mO_i \in mIC_k \text{ și } mO_j \in mIC_k\}$.

În mod analog se definește clasa de incompatibilitate maximă $MIC(mO)$.

Def. 5

Costul de implementare a unei clase de compatibilitate (măsurat în numărul de biți necesari pentru codificare) este dat de implementarea codificării verticale a microoperațiilor ce compun clasa.

$$\text{Cost } CC_i = \lceil \log_2(|CC_i| + 1) \rceil$$

iar costul total de implementare al cuvântului de control

$$\text{Cost } CC = \sum_{i=1}^k \lceil \log_2(|CC_i| + 1) \rceil$$

unde k este numărul de clase de compatibilitate.

Obs

O clasă de compatibilitate corespunde unui câmp din cadrul microinstrucțiunii.

Implementarea microinstrucțiunilor complete se face prin control rezidual pentru a putea specifica toate microoperațiile paralele necesare.

Setul de clase compatibile $CC = \{CC_1, CC_2, \dots, CC_k\}$ poate specifica orice microoperație din multimea $MB(mO)$ și orice microinstrucțiune completă din cadrul partiției microsubblocului.

Noțiunea de compatibilitate poate fi extinsă în cadrul structurilor microprogramate cu ciclu polifazic, în sensul ca în cadrul aceleiași clase pot fi specificate microoperații ce se desfășoară paralel, dacă ele se execută în faze diferite.

Se va descrie o metodă de codificare minimă a setului de microinstrucțiuni complete obținut prin partiționarea unui microsubbloc, plecând de la un subset de clase de compatibilitate maxime. Mai întâi vom face câteva precizări privind estimarea costului minim.

Estimarea costului minim

Problema codificării minime presupune două faze distincte:

- enumerarea tuturor claselor de compatibilitate maximă MCC;
- determinarea unui subset de MCC care să implementeze costul minim pentru codificare.

Costul implementării depinde de numărul de MCC necesar pentru acoperirea întregului set de microoperații și de numărul de microoperații din fiecare clasă de compatibilitate maximă. De notat faptul că un cuvânt din memoria de control, adică o microinstrucțiune completă, este un set de clase incompatibile între microoperațiile componente.

O clasă de compatibilitate specifică cel mult o microoperație din cadrul unui cuvânt al memoriei de control.

Def. 6

Pentru orice clasă de incompatibilitate IC, clasele de compatibilitate maximă ce conțin un element din IC se numesc clase de compatibilitate maximă asociate (AMCC) clasei de incompatibilitate.

Prop. 1

Pentru orice clasă de incompatibilitate maximă MIC reuniunea claselor de compatibilitate maximă asociate acoperă întreg setul de microoperații.

Dem.

Fie $MIC(mO) = \{mO_1, \dots, mO_{|MIC|}\}$ formată din $|MIC|$ microoperații, unde $|MIC| \leq |MB|$. Presupunem contrariul și anume că reuniunea claselor de compatibilitate maximă asociate nu acoperă întreg setul de microoperații. Fie mO_j una din aceste microoperații presupuse neacoperite cu proprietatea că:

$$mO_j \in MB(mO) \text{ dar } mO_j \notin MIC(mO) \text{ și } mO_j \notin \bigcup_{MIC} AMCC.$$

Datorită faptului că nu aparține reuniunii claselor de compatibilitate maximă asociate, rezultă faptul că mO_j este incompatibilă cu toate microoperațiile din MIC. Înseamnă că poate fi adăugată acestei clase, ceea ce contrazice definiția clasei de incompatibilitate maximă. Ajungându-se la contradicție rezultă că presupunerea este falsă.

Prop. 2

Pentru o clasă de incompatibilitate maximă MIC, reuniunea oricăror k clase de compatibilitate, $k < |MIC|$, nu poate acoperi setul de microoperații $MB(mO)$.

Dem.

Considerăm $MIC(mO) = \{mO_1, mO_2, \dots, mO_{|MIC|}\}$. $|MIC|$ este limita inferioară pentru numărul de clase de compatibilitate ce satisfac acoperirea, deoarece o clasă de compatibilitate poate acoperi un singur element din MIC. Rezultă că orice reuniune de k clase de compatibilitate $k < |MIC|$ nu poate acoperi setul de microoperații.

Exemplul 1

Fie $MB(mO) = \{mO_1, mO_2, mO_3, mO_4, mO_5, mO_6, mO_7\}$ și clasele de incompatibilitate maximale definite de structura microprogramată:

$$MIC_1(mO) = \{mO_1, mO_2, mO_3, mO_4\}$$

$$MIC_2(mO) = \{mO_3, mO_4, mO_6, mO_7\}$$

$$MIC_3(mO) = \{mO_5, mO_6, mO_7\}$$

$$MIC_4(mO) = \{mO_1, mO_5\}$$

Clasele de compatibilitate maximale sunt :

$$MCC_1 = \{mO_1, mO_6\} \quad MCC_2 = \{mO_1, mO_7\} \quad MCC_3 = \{mO_2, mO_5\}$$

$$MCC_4 = \{mO_2, mO_6\} \quad MCC_5 = \{mO_2, mO_7\} \quad MCC_6 = \{mO_3, mO_5\}$$

$$MCC_7 = \{mO_4, mO_5\} \quad MCC_8 = \{mO_4, mO_6\} \quad MCC_9 = \{mO_4, mO_7\}$$

Clasele de incompatibilitate maximale sunt determinate pe baza grafului de dependență și a conflictului de resurse și reprezintă microoperațiile specificate de microinstrucțiunile complete ce descriu microblocul.

Clasele MCC sunt determinate din matricea de microoperații ce indică incompatibilitatea. Aplicarea operatorului SAU între liniile matricii va specifica microoperațiile ce fac parte din clasa de compatibilitate maximă.

Calcularea MCC este o binecunoscută problemă în teoria automatelor finite, existând numeroase metode pentru aceasta soluție. AHO arată că problema calculării MCC este o problema "NP complete". Conform propoziției 1, reuniunea AMCC asociată clasei incompatibile MIC_4 este :

$$\bigcup_{MIC_4} AMCC = MCC_1 \cup MCC_3 \cup MCC_2 \cup MCC_6 \cup MCC_7$$

$$\bigcup_{MIC_4} = \{mO_1, mO_2, mO_3, mO_4, mO_5, mO_6, mO_7\}$$

Prop. 3

Dacă un set de microoperații $MB(mO)$ este partiționat în q câmpuri ale unei microinstrucțiuni, costul minim se va realiza atunci când $(q-1)$ câmpuri specifică câte o

microoperație (au un singur bit), iar cel de al q-lea câmp codifică restul de $\lfloor \text{MB}(\text{mO}) \rfloor - q + 1$ microoperații.

Dem.

Vom descrie o demonstrație echivalentă. Vom arăta că pentru o lungime de microinstrucțiune dată LMI și pentru un număr de câmpuri q dat se pot codifica maximum de microoperații, iar ultimul câmp are $\text{LMI} - q + 1$ biți. Considerăm o partiție arbitrară a LMI biți în q câmpuri. Fie câmpul cu b_{\max} biți, câmpul cu lungimea cea mai mare și fie un oricare alt câmp care are b_i biți. Numărul de microoperații ce poate fi codificat de cele două câmpuri este:

$$\text{NMO} = (2^{b_{\max}} - 1) + (2^{b_i} - 1)$$

Facem o modificare în organizarea logică a microinstrucțiunii și mutăm un bit din câmpul cu b_i biți în câmpul cu b_{\max} biți. În acest caz numărul de microoperații ce se pot codifica este:

$$\text{NMO}' = (2^{(b_{\max}+1)} - 1) + (2^{(b_i-1)} - 1)$$

$$\text{NMO}' - \text{NMO} = 2^{b_{\max}} - 2^{b_i} \geq 0 \text{ deoarece } b_{\max} \geq b_i.$$

Deci se pot codifica mai multe operații (microoperații) după modificarea structurii microinstrucțiunii.

Repetând procesul de mutare a unui bit dintr-un câmp oarecare în câmpul de lungime maximă, numărul de microoperații ce poate fi codificat crește. Numărul maxim de microoperații ce poate fi codificat rezultă a fi egal cu $(q + 2^{\lfloor \text{LMI} - q + 1 \rfloor} - 2)$. Transformând totul în cost se obține costul minim:

Cost = $q - 1 + \lceil \log_2(\lfloor \text{MB}(\text{mO}) \rfloor - q + 2) \rceil$ când (q-1) câmpuri specifică fiecare câte o microoperație, iar ultimul câmp $(\lfloor \text{MB}(\text{mO}) \rfloor - q + 1)$ microoperații.

Prop. 4

Nu este posibilă o soluție de partiționare a setului $\text{MB}(\text{mO})$ microoperații în (q+h) câmpuri astfel încât costul să fie mai mic decât partiția în q câmpuri.

Dem.

Fie
 $C = q - 1 + \lceil \log_2(\lfloor \text{MB}(\text{mO}) \rfloor - q + 2) \rceil$ costul minim obținut prin partiția în q câmpuri și
 $C = q + h - 1 + \lceil \log_2(\lfloor \text{MB}(\text{mO}) \rfloor - q - h + 2) \rceil$ costul minim obținut prin partiția în q+h câmpuri.

Deosebim 2 cazuri și anume:

- 1) $h=1$ și $\lfloor \text{MB}(\text{mO}) \rfloor - q - 1 = 2^k$
- 2) $h \neq 1$ sau $\lfloor \text{MB}(\text{mO}) \rfloor - q + 1 \neq 2^k$

în primul caz:

$$\begin{aligned}C_q &= q-1+k+1=q+k \\ C_{(q+h)} &= q+k \\ \text{deci } C_q &= C_{(q+h)}\end{aligned}$$

în al doilea caz, deoarece :

$$\begin{aligned}[\log_2(|MB(mO)|-q+2)] - [\log_2(|MB(mO)|-q-h+2)] &< h \\ \text{rezultă } C_q &< C_{(q+h)}\end{aligned}$$

Observația 6

Costul minim pentru codificarea setului de microoperații MB(mO) poate să fie mai mare decât cel dat de propoziția 3 adică:

$$C \geq q-1 + [\log_2(|MB(mO)|-q+2)] \text{ când } |MCC|_{\max} \leq |MB(mO)|-q.$$

într-adevăr costul minim corespunde când:

(q-1) câmpuri specifică fiecare câte o microoperație;
cel de-al q-lea câmp codifică |MB(mO)|-q+1 microoperații.

Dacă $|MCC|_{\max} \leq |MB(mO)|-q$, rezultă că $|MCC|_{\max} < |MB(mO)|-q+1$, ceea ce ar face ca în ultimul câmp să nu fie toate microoperațiile compatibile.

În acest caz trebuie renunțat la organizarea microinstrucțiunii în (q-1) câmpuri de 1 bit, dar prin aceasta se mărește și costul de implementare.

În continuare vom prezenta o metodă de minimizare a numărului de biți necesari pentru codificarea microinstrucțiunilor complete generate prin partiția unui microbloc.

Etapele metodei

1. Se alege clasa de incompatibilitate maximă care are cardinalitatea maximă MIC. Fie

$$\begin{aligned}MIC_m \in MIC \text{ astfel încât } |MIC_m| &\geq |MIC_j| \text{ pentru } j \neq m, \\ 1 \leq j &\leq |MIC|\end{aligned}$$

Se generează clasele de compatibilitate maximă asociate AMCC clasei MIC.

$$AMCC_m = \{MCC \geq \text{pt orice } mO \in MIC_m \exists MCC \text{ astfel încât } mO \in MCC\}$$

2. Se formează tabela de acoperire modificată prin considerarea numai a claselor de compatibilitate maximă ce aparțin AMCC.

$$TAM : AMCC_m \times MB(mO) \rightarrow B$$

Se caută multimea de clase de compatibilitate maximă esențiale $\{MCC_e\}$ inclus în $AMCC_m$ astfel încât există MCC_e unic pentru care : $mO_i \in MCC_e$ avem $TAM(MCC_e, mO_i) = 1$.

Se elimină coloanele corespunzătoare microoperațiilor ce sunt acoperite de clasele esențiale și cele corespunzătoare microoperațiilor componente ale clasei MIC_m , obținându-se o tabelă de acoperire redusă :

$$TAR : AMCC_m \times (MB(mO) \setminus MIC_m) \setminus \{MCC_e\} \rightarrow B$$

3. Se generează setul soluțiilor de acoperire a microoperațiilor $\{MCC_{ap}\} : \{MB(mO) \setminus MIC_m\} \setminus \{MCC_e\}$

m ₆		X	X	X	X	X	X	X	X	X
m ₇			X	X	X	X	X	X		X
m ₈		X		X	X	X	X	X	X	
m ₉		X				X		X	X	X
m ₁₀						X	X		X	X

Clasele maximale de compatibilitate sunt :

- $MIC_1 = \{mO_1, mO_2, mO_4\}$
 $MIC_2 = \{mO_1, mO_3, mO_4, mO_5\}$
 $MIC_3 = \{mO_2, mO_4, mO_6, mO_8\}$
 $MIC_4 = \{mO_2, mO_6, mO_8, mO_9\}$
 $MIC_5 = \{mO_3, mO_4, mO_5, mO_6, mO_7\}$
 $MIC_6 = \{mO_4, mO_5, mO_6, mO_7, mO_8\}$
 $MIC_7 = \{mO_6, mO_7, mO_{10}\}$
 $MIC_8 = \{mO_6, mO_9, mO_{10}\}$

Clasele maximale de compatibilitate sunt :

- $MCC_1 = \{mO_1, mO_6\}$
 $MCC_2 = \{mO_1, mO_7, mO_9\}$
 $MCC_3 = \{mO_1, mO_8, mO_{10}\}$
 $MCC_4 = \{mO_2, mO_3, mO_{10}\}$
 $MCC_5 = \{mO_2, mO_5, mO_{10}\}$
 $MCC_6 = \{mO_2, mO_7\}$
 $MCC_7 = \{mO_3, mO_8, mO_{10}\}$
 $MCC_8 = \{mO_3, mO_9\}$
 $MCC_9 = \{mO_4, mO_9\}$
 $CC_{10} = \{mO_4, mO_{10}\}$
 $CC_{11} = \{mO_5, mO_9\}$

Tabela de acoperire a microoperațiilor de către clasele maximale de compatibilitate este :

MCC\mO	mO ₁	mO ₂	mO ₃	mO ₄	mO ₅	mO ₆	mO ₇	mO ₈	mO ₉	mO ₁₀
MCC ₁	x					x				
MCC ₂	x						x		x	
MCC ₃	x							x		x
MCC ₄		x	x							x
MCC ₅		x			x					x
MCC ₆		x					x			
MCC ₇			x					x		x
MCC ₈			x						x	
MCC ₉				x					x	
MCC ₁₀				x						x
MCC ₁₁					x				x	

Se observă că există două clase maximale de incompatibilitate cu cardinalitate 5 (MIC_5 și MIC_6). Costul minim absolut, conform proprietății 4 este $C = 7$.

Să considerăm $AMCC_6$ - clasele maximale de compatibilitate asociate clasei maximale de incompatibilitate MIC_6 :

$$AMCC_6 = \{MCC_1, MCC_2, MCC_3, MCC_5, MCC_6, MCC_7, MCC_9, MCC_{10}, MCC_{11}\}$$

Conform propoziției 1 clasele maximale de compatibilitate din $AMCC_6$ acoperă toate microoperațiile microsubblocului.

Tabela de acoperire modificată este :

	mO ₁	mO ₂	mO ₃	mO ₄	mO ₅	mO ₆	mO ₇	mO ₈	mO ₉	mO ₁₀
MCC ₁	x					<u>x</u>				
MCC ₂	x						x		x	
MCC ₃	x							x		x
MCC ₅		x			x					x
MCC ₆		x					x			
MCC ₇			<u>x</u>					x		
MCC ₉				x					x	
MCC ₁₀				x						x
MCC ₁₁					x				x	

Se observă că MCC_1 și MCC_7 sunt esențiale și vor face parte din soluția finală. Considerăm, conform algoritmului, acoperite microoperațiile incluse în clasele de compatibilitate maximă MCC_1 și MCC_7 esențiale și cele componente ale clasei de incompatibilitate maximă MIC_6 . Astfel, din tabela de acoperire se elimină microoperațiile $mO_1, mO_6, mO_3, mO_8, mO_{10}$, respectiv mO_4, mO_5, mO_7 .

Tabela de acoperire redusă este :

MCC \ mO	mO ₂	mO ₉
MCC ₂		x
MCC ₅	x	
MCC ₆	x	
MCC ₉		x
MCC ₁₁		x

Se observă că tabela de acoperire s-a redus substanțial. Acoperirea microoperațiilor mO_2 și mO_9 se poate face cu ajutorul următoarelor clase maximale de compatibilitate :

MCC_2, MCC_5 MCC_2, MCC_6 MCC_5, MCC_9 MCC_5, MCC_{11} MCC_6, MCC_9
 MCC_6, MCC_{11}

Se poate forma setul soluțiilor :

$SOL = \{SOL_1, SOL_2, SOL_3, SOL_4, SOL_5, SOL_6\}$ astfel :

$$\text{SOL} = \{ \text{MCC}_1 \text{MCC}_7 \text{MCC}_2 \text{MCC}_5 ; \text{MCC}_1 \text{MCC}_7 \text{MCC}_2 \text{MCC}_6 ; \\ \text{MCC}_1 \text{MCC}_7 \text{MCC}_5 \text{MCC}_9 ; \text{MCC}_1 \text{MCC}_7 \text{MCC}_5 \text{MCC}_{11} ; \\ \text{MCC}_1 \text{MCC}_7 \text{MCC}_6 \text{MCC}_9 ; \text{MCC}_1 \text{MCC}_7 \text{MCC}_6 \text{MCC}_{11} \}$$

Considerând soluția : $\text{MCC}_1 \text{MCC}_7 \text{MCC}_5 \text{MCC}_9 \in \text{SOL}$, se acoperă toate microoperațiile cu excepția $mO_7 \in \text{MIC}_6$. Pentru acoperirea lui mO_7 se poate lua una din clasele maximale de compatibilitate MCC_2 sau MCC_6 .

Astfel setul soluțiilor complete este :

$$\text{SOLC}_3 = \{ \text{SOLC}_{31}, \text{SOLC}_{32} \}$$

unde

$$\text{SOLC}_{31} = \{ \text{MCC}_1, \text{MCC}_7, \text{MCC}_5, \text{MCC}_9, \text{MCC}_2 \}$$

$$\text{SOLC}_{32} = \{ \text{MCC}_1, \text{MCC}_7, \text{MCC}_5, \text{MCC}_9, \text{MCC}_6 \}$$

Ambele soluții complete au aceeași cardinalitate ce specifică numărul minim de câmpuri necesar pentru codificarea microinstrucțiunilor ce descriu microsubblocul.

Alegând SOLC_{31} , rezultă următoarea grupare a microoperațiilor:

$$\{ mO_1 mO_7 mO_9 ; mO_2 mO_5 ; mO_3 mO_8 mO_{10} ; mO_4 ; mO_6 \}$$

ce necesită 8 biți pentru codificare.

Soluția este acceptabilă deoarece are un cost apropiat de costul minim absolut.

Costul minim al acestei probleme, calculat prin metoda prezentată de Das și Banerjee este tot 8, însă numărul de operații desfășurate de algoritmul descris de ei este substanțial mai mare. Prin procedura prezentată se pot calcula soluții pentru multe probleme, însă în general, se stabilesc soluții aproape minim