

Analiza Algoritmilor - Examen

1	2	3	4a	4b	5	6	7	8	9

1. (1p) Rezolvati recurenta $T(n) = 2T(n/2) + 2n$
2. (1p) Dati un exemplu de functie $f \in O(n^2)$ dar $f \notin o(n^2)$.
3. (1p) Gasiti margini asimptotice stranse pentru functia $f(x) = \log x^x + e^x + x^e$
4. Fie urmatorul tip de date abstract:

Naturals

Zero $:\rightarrow$ *Naturals*

Succ $: \text{Naturals} \rightarrow \text{Naturals}$

si operatorul:

value $: \text{Naturals} \rightarrow \mathbb{N}$

(V1) *value*(*Zero*) = 0

(V2) *value*(*Succ*(*x*)) = 1 + *value*(*x*)

- (a) (1p) Definiti operatorul *add* $: \text{Naturals} \times \text{Naturals} \rightarrow \text{Naturals}$ astfel incat urmatoarea proprietate sa fie respectata: $\forall x, y \in \text{Naturals} . \text{value}(\text{add}(x, y)) = \text{value}(x) + \text{value}(y)$
- (b) (1p) Demonstrati prin inductie structurala ca proprietatea de mai sus este adevarata.
5. (1p) Care este diferenta intre multimea $O(n^\alpha)$, cu $\alpha \in \mathbb{N}$ si multimea P ?
6. (1p) Fie *Alg*(ϕ) un algoritm care rezolva problema de decizie *SAT*. Fie Q problema verificarii daca *Alg* este total corect. Atunci: (i) $Q \in R$, (ii) $Q \in RE$, (iii) $Q \in NP - complete$ (iv) $Q \in NP$. Justificati.
7. (1p) Dr. Who a gasit o Masina Turing Determinista M_Q , care rezolva o problema de decizie $Q \in NP - complete$, in timp polinomial. El sustine ca, in acest caz, $SAT \in P$. Este acest lucru adevarat ? Justificati.
8. (1p) Dati un exemplu de problema NP-dura, care sa nu apartina clasei de complexitate P.
9. (bonus) O retea de servere se considera a fi *stabila*, daca exista o partitie de cel putin n servere in care oricare doua servere sunt interconectate (aceasta partitie constituie backbone-ul retelei) si o partitie de cel putin m servere in care oricare doua servere **nu** sunt interconectate. Notam cu Q urmatoarea problema: *Este o retea de servere stabila ?* Care afirmatie este corecta (si cea mai precisa): (i) Q este in R , (ii) Q este NP-dura, (iii) Q este in P. Justificati formal.