

Laborator 2

Adunarea si scaderea in virgula fixa

Adunarea si scaderea in cod direct

Exemplu. Sa se efectueze operatia $x-y=z$, unde $x = 11$, $y = -14$, pe 6 biti (in continuare exemplele vor fi de asemenea cu numere reprezentate in virgula fixa, pe 6 biti si nu se va mai preciza acest lucru).

$$\begin{aligned} [x]_d &= 001011 \\ [y]_d &= 101110 \end{aligned}$$

Se calculeaza $opfin = x_s \oplus y_s \oplus op = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$ (s-a considerat $op=1$, pentru scadere). Semnul rezultatului este $z_s=x_s=0$, iar modulul se calculeaza:

$$\begin{array}{r} |x|+ \\ |y| \\ \hline |z| \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 01011+ \\ 01110 \\ \hline 11001 \end{array}$$

deci, s-a obtinut $[z]_d = 011001$ ($z = 25$).

Exemplu. Sa se efectueze operatia $x+y=z$, unde $x = -29$, $y = 17$.

$$\begin{aligned} [x]_d &= 111101 \\ [y]_d &= 010001 \end{aligned}$$

Se calculeaza $opfin = x_s \oplus y_s \oplus op = 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$ (s-a considerat $op=0$, pentru adunare). Deoarece $|x|>|y|$, semnul rezultatului este $z_s=x_s=1$, iar modulul se calculeaza:

$$\begin{array}{r} |x|- \\ |y| \\ \hline |z| \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 11101- \\ 10001 \\ \hline 01100 \end{array}$$

deci, s-a obtinut $[z]_c = 101100$ ($z = -12$).

Adunarea si scaderea in cod invers

Exemplu. Sa se efectueze operatia $x + y = z$, unde $x = 25$, $y = -9$, in cod invers.

$$\begin{aligned} [x]_i &= 011001 \\ [y]_d &= 101001 \quad \Rightarrow \quad [y]_i = 110110 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 [x]_{i+} \quad \quad \quad 011001+ \\
 [y]_i \quad \quad \quad \quad 110110 \\
 \hline
 [z]_i \quad \quad \quad 1<-001111+ \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 010000
 \end{array}$$

Deci, $[z]_i = 010000$ ($z = 16$).

Exemplu. Se efectueaza operatia $x + y = z$, unde $x = 5$, $y = -29$, in cod invers.

$$\begin{array}{l}
 [x]_i = 000101 \\
 [y]_d = 111101 \quad \Rightarrow \quad [y]_i = 100010
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 [x]_{i+} \quad \quad \quad 000101+ \\
 [y]_i \quad \quad \quad \quad 100010 \\
 \hline
 [z]_i \quad \quad \quad \quad 100111
 \end{array}$$

Deci, $[z]_i = 100111$, $[z]_d = 111000$ ($z = -24$).

Exemplu. Se efectueaza operatia $x + y = z$, unde $x = -11$, $y = -19$, in cod invers.

$$\begin{array}{l}
 [x]_d = 101011 \quad \Rightarrow \quad [x]_i = 110100 \\
 [y]_d = 110011 \quad \Rightarrow \quad [y]_i = 101100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 [x]_{i+} \quad \quad \quad 110100+ \\
 [y]_i \quad \quad \quad \quad 101100 \\
 \hline
 [z]_i \quad \quad \quad 1<-100000+ \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 100001
 \end{array}$$

Deci, $[z]_i = 100001$, $[z]_d = 111110$ ($z = -30$).

Adunarea si scaderea in cod complementar

Exemplu. Se efectueaza operatia $x + y = z$, unde $x = 22$, $y = -18$, in cod complementar.

$$\begin{array}{l}
 [x]_c = 010110 \\
 [y]_d = 110010 \quad \Rightarrow \quad [y]_c = 101110
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 [x]_{c+} \quad \quad \quad 010110+ \\
 [y]_c \quad \quad \quad \quad 101110 \\
 \hline
 [z]_c \quad \quad \quad 1<-000100+
 \end{array}$$

Deci, $[z]_c = 000100$ ($z = 4$).

Exemplu. Se efectueaza operatia $x + y = z$, unde $x = 20$, $y = -28$, in cod complementar.

$$\begin{aligned} [x]_c &= 010100 \\ [y]_d &= 111100 \quad \Rightarrow \quad [y]_c = 100100 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} [x]_{c+} \quad \quad \quad 010100+ \\ [y]_c \quad \quad \quad \quad 100100 \\ \hline [z]_c \quad \quad \quad \quad 111000 \end{array}$$

Deci, $[z]_c = 111000$, $[z]_d = 101000$ ($z = -8$).

Exemplu. Se efectueaza operatia $x + y = z$, unde $x = -4$, $y = -13$, in cod complementar.

$$\begin{aligned} [x]_d &= 100100 \quad \Rightarrow \quad [x]_c = 111100 \\ [y]_d &= 101101 \quad \Rightarrow \quad [y]_c = 110011 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} [x]_{c+} \quad \quad \quad 111100+ \\ [y]_c \quad \quad \quad \quad 110011 \\ \hline [z]_c \quad \quad \quad 1<-101111 \end{array}$$

Deci, $[z]_c = 101111$, $[z]_d = 110001$ ($z = -17$).

Inmultirea in virgula fixa

Inmultirea in cod direct

Exemplu. Sa se efectueze inmultirea $x \cdot y = z$ in virgula fixa, cod direct, unde $x = 20/32$ si $y = -19/32$.

$$\begin{aligned} [x]_d &= 0.10100 \\ [y]_d &= 1.10011 \end{aligned}$$

Se parcurg etapele:

1) Semnul rezultatului:

$$z_s = x_s \oplus y_s = 0 \oplus 1 = 1$$

2) Modulul rezultatului:

$$|z| = |x| \cdot |y|$$

$$\begin{array}{r}
 .10100 \cdot \\
 .10011 \\
 \hline
 .0000010100+ \quad |x| \cdot y_{-5} \cdot 2^{-5} = |x| \cdot 2^{-5} \\
 .0000101000 \quad |x| \cdot y_{-4} \cdot 2^{-4} = |x| \cdot 2^{-4} \\
 .0000000000 \quad |x| \cdot y_{-3} \cdot 2^{-3} = 0 \\
 .0000000000 \quad |x| \cdot y_{-2} \cdot 2^{-2} = 0 \\
 .0101000000 \quad |x| \cdot y_{-1} \cdot 2^{-1} = |x| \cdot 2^{-1} \\
 \hline
 .0101111100
 \end{array}$$

Acesta este rezultatul exact si tinand cont si de bitul de semn rezulta $[z]_d = 1.0101111100$. Valoarea in zecimal se obtine cu relatia:

$$\begin{aligned}
 z &= - (0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + 1 \cdot 2^{-6} + 1 \cdot 2^{-7} + 1 \cdot 2^{-8} + 0 \cdot 2^{-9} + 0 \cdot 2^{-10}) = \\
 &= - (0 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) / 2^{10} = \\
 &= - (256 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4) / 1024 = - 380 / 1024 \\
 &\text{(rezultat corect !)}
 \end{aligned}$$

3) Trunchierea si rotunjirea modulului rezultatului:

$$\begin{array}{r}
 .01011 \ 11100 \\
 \downarrow \\
 .01011+ \\
 \quad \quad 1 \\
 \hline
 .01100
 \end{array}$$

Rezultatul aproximativ este $[z]_d = 1.01100$, deci $z = -12/32$ (s-a obtinut rezultatul -0.375, fata de cel exact 0.37109375).

Inmultirea in cod invers

Exemplu. Sa se efectueze inmultirea $x \cdot y = z$, unde $x = -25/32$, $y = 13/32$.

Se reprezinta cei doi operanzi in cod invers:

$$[x]_d = 1.11001$$

$$[x]_i = 1.00110$$

$$[y]_i = 0.01101$$

$$\begin{array}{r}
1.00110 \cdot \\
0.01101 \\
\hline
1.1111100110+ \quad x \cdot y_{-5} \cdot 2^{-5} = x \cdot 2^{-5} \\
0.0000000000 \quad x \cdot y_{-4} \cdot 2^{-4} = 0 \\
1.1110011011 \quad x \cdot y_{-3} \cdot 2^{-3} = x \cdot 2^{-3} \\
1.1100110111 \quad x \cdot y_{-2} \cdot 2^{-2} = x \cdot 2^{-2} \\
0.0000000000 \quad x \cdot y_{-1} \cdot 2^{-1} = 0 \\
\hline
1 \text{ <---} 1.1010111000+ \\
1 \text{ -----} > 1 \\
 1 \\
\hline
1.1010111010 = [z]_i
\end{array}$$

S-a obtinut $[z]_d = 1.0101000101$ ($z = -325/1024$).

Inmultirea in cod complementar

Exemplu. Sa se efectueze inmultirea $x \cdot y = z$, unde $x = -12/32$, $y = 21/32$.

Se reprezinta cei doi operanzi in cod complementar:

$$\begin{aligned}
[x]_d &= 1.01100 \\
[x]_c &= 1.10100 \\
[y]_c &= 0.10101
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
1.10100 \cdot \\
0.10101 \\
\hline
1.1111110100+ \quad x \cdot y_{-5} \cdot 2^{-5} = x \cdot 2^{-5} \\
0.0000000000 \quad x \cdot y_{-4} \cdot 2^{-4} = 0 \\
1.1111010000 \quad x \cdot y_{-3} \cdot 2^{-3} = x \cdot 2^{-3} \\
0.0000000000 \quad x \cdot y_{-2} \cdot 2^{-2} = 0 \\
1.1101000000 \quad x \cdot y_{-1} \cdot 2^{-1} = x \cdot 2^{-1} \\
\hline
1 \text{ <---} 1.1100000100 = [z]_c \\
1
\end{array}$$

S-a obtinut $[z]_d = 1.0011111100$ ($z = -252/1024$).

Tema

Sa se scrie un program pentru adunarea/inmultirea numerelor intregi in baza 2/10/16 pe lungime mare de cifre.