

6. CIRCUITE MAGNETICE

Numim *circuit magnetic* succesiunea de medii prin care se concentrează un flux magnetic. Fluxul este produs de bobine care înlănțuie circuitul parțial sau în întregime, numite *bobine de excitație*.

6.1. Definiții, clasificări, aplicații tehnice

Fluxul prin secțiunea transversală a circuitului magnetic se numește *flux fascicular*. El rezultă ca produs al numărului de spire cu fluxul fascicular mediu.

Fluxul fascicular prin porțiunile considerate utile ale circuitului magnetic se numește *flux util*. Fluxul corespunzător liniilor inducției magnetice care se închid în afara porțiunilor utile se numește *flux de dispersie* sau *flux de scăpări*.

Porțiunea circuitului magnetic pe care este montată bobina de excitație se numește *miez*. Porțiunile de circuit care servesc la asamblarea miezurilor se numesc *juguri*.

Circuitele magnetice se confecționează de regulă din materiale feromagnetice. Din anumite motive funcționale sau/și tehnologice, porțiunile de circuit pot fi întrerupte cu intervale în aer sau pot conține intervale din materiale nemagnetice numite *întrefieruri*.

6.1.1. Câteva clasificări

Din punctul de vedere al configurației geometrice, există *circuite magnetice neramificate* (fig. 6.1a) și *circuite magnetice ramificate* (fig. 6.1b).

În circuitele magnetice ramificate *laturile*, *nodurile* și *ochiurile* se definesc analog modului în care se face acest lucru în circuitele electrice.

După felul curentului prin bobinele de excitație, numit *curent de excitație*, sunt *circuite magnetice de curent continuu* și *circuite magnetice de curent alternativ*. Circuitele magnetice de curent alternativ au miezul divizat în tole subțiri, izolate între ele și așezate paralel cu liniile de câmp, pentru a reduce pierderile prin curenți turbionari (Foucault).

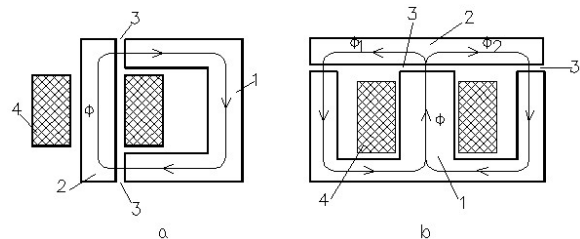


Fig. 6.1

6.1.2. Utilizări în tehnică

Circuitele magnetice se construiesc fie pentru a obține lucru mecanic util pe seama deformării lor, fie pentru a obține inducții magnetice mari cu ajutorul unor curenți puțin intenși, pe seama permeabilității magnetice mari a materialului introdus în câmpul magnetic produs de acești curenți. Ele sunt elemente componente esențiale ale *transformatoarelor*, *mașinilor* și *aparaturilor electrice*.

Electromagneții deformabili, concepuți pentru a efectua lucru mecanic prin deplasarea armăturii proprii sau a unei alte piese se numesc *electromagneți de tracțiune*. Ei sunt excitați în

curent continuu sau alternativ. O altă categorie de electromagneți deformabili o constituie *electromagneții purtători*, concepuți pentru a reține materialele magnetice cu care sunt puși în contact și care sunt de obicei alimentați în curent continuu.

Utilizările electromagneților în tehnică sunt extrem de variate. O clasificare din acest punct de vedere, dar nu completă, este prezentată în figura 6.2.

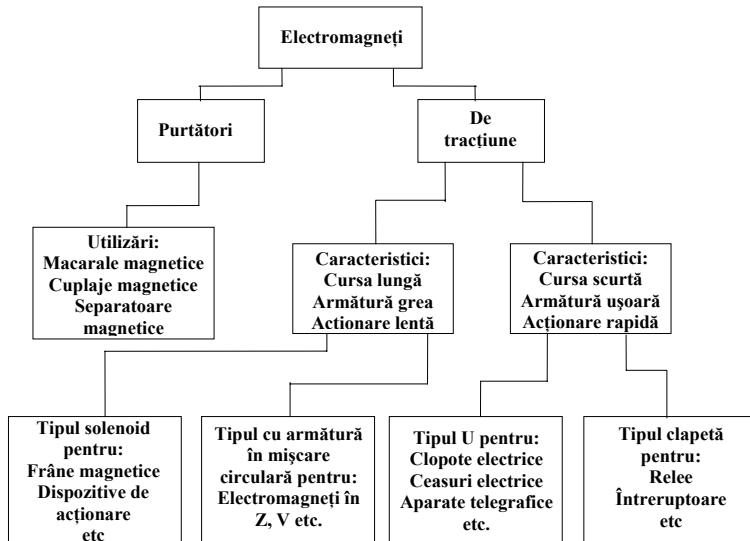


Fig. 6.2

din materiale feromagnetice. Acestea sunt materiale paramagnetice cu susceptivitate pozitivă și foarte mare – de ordinul zecilor de mii. La aceste materiale dependența $\vec{B} = \mu\vec{H}$ nu este liniară, ea depinzând de intensitatea câmpului și de stările de magnetizare avute anterior.

Circuitele magnetice pot fi construite și din *magneți permanenți*, fluxul magnetic fiind produs de magnetizația permanentă a unor magneți. Avantajele acestora consistă din simplitatea constructivă a circuitului care necesită un spațiu redus, ceea ce permite rezolvarea unor probleme cum sunt acelea ale construcției de micromașini.

6.2. Proprietățile materialelor feromagnetice

Circuitele magnetice sunt confecționate, în marea majoritate a aplicațiilor tehnice,

6.2.1. Curba de magnetizare

Dependența dintre modulele celor doi vectori, $B = \mu H$ este o dependență ciclică care se poate ridica experimental cu ajutorul unui montaj ca acela din figura 6.3.

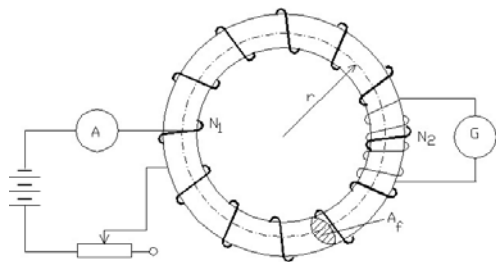


Fig. 6.3

Din materialul de cercetat se execută un inel omogen pe care se execută două înfășurări din cupru izolat. Dacă se întrerupe sau se stabilește brusc curentul în înfășurarea cu N_1 spire (înfășurarea de excitație), se obține prin inducție electromagnetică o deviație în galvanometrul balistic G conectat la înfășurarea cu N_2 spire (înfășurarea de măsură care măsoară o variație Δq a sarcinii în circuit). Variația de sarcină este o măsură a variației inducției.

Într-adevăr, curentul indus este:

$$i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{1}{R} N_2 \frac{\Delta\Phi_f}{\Delta t},$$

de unde, în valoare absolută:

$$\Delta\Phi_f = \frac{R}{N_2} i \Delta t = \frac{R}{N_2} \Delta q$$

și

$$\Delta B = \frac{\Delta \Phi_f}{A_f} = \frac{R}{A_f N_2} \Delta q .$$

Pe de altă parte, cu ajutorul ampermetrului montat în circuitul de excitație se stabilește valoarea intensității câmpului magnetic:

$$H = \frac{N_1 i}{l} = \frac{N_1 i}{2\pi r} .$$

R este rezistența totală a circuitului de excitație iar r este raza medie a torului.

Pe baza schemei din figura 6.3 s-au realizat aparate specializate (denumite *ferotestere*) sau sisteme ce utilizează plăci de achiziție a datelor și microprocesoare sau calculatoare de tip IBM-PC.

În regim staționar se poate trasa curba $B = f(H)$ mărind treptat curentul de excitație. Dacă materialul nu a mai fost magnetizat, prin creșterea intensității câmpului de la 0 la H_{max} se obține *curba de primă magnetizare oabc* (fig. 6.4). Aceasta prezintă o porțiune *oab* aproape liniară în care inducția crește practic liniar cu intensitatea câmpului inductor după care, pentru intensități mai mari decât aceea corespunzătoare punctului *b*, creșterea inducției este mai puțin pronunțată. Se parcurge o zonă de cot –*zona cotului de saturație*– după care, dincolo de punctul *c*, căruia i se atribuie valoarea H_{max} a intensității câmpului, inducția nu mai crește oricât s-ar mări intensitatea câmpului. De la valoarea H_{max} a câmpului, materialul se află în *stare de saturație magnetică*.

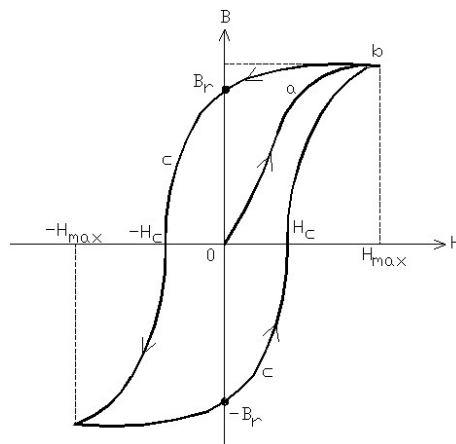


Fig. 6.4

Fenomenul de saturație magnetică este explicat în teoria microscopică a feromagnetismului prin orientarea spinilor electronilor. În porțiuni microscopice, dar conținând un număr mare de atomi, numite *domenii*, toți atomii au momentele orientate în același sens, astfel că domeniul este magnetizat permanent. Orientarea diferitelor domenii este însă haotică, ele tinzând să se orienteze în direcția câmpului aplicat din exterior. În momentul orientării complete magnetizația atinge o valoare limită numită magnetizație de saturație M_s , foarte mare, astfel că $B \approx \mu_0(H + M_s) \approx const.$ deoarece $M_s \gg H$.

6.2.2. Ciclul de histerezis

Micșorându-se intensitatea câmpului de la H_{max} către 0, se constată că valorile inducției rămân mai mari decât cele anterioare și că, la anularea câmpului inductor, materialul rămâne cu *inducția remanentă* B_r . Pentru a o anula, trebuie să se crească intensitatea câmpului, în sens contrar celui inițial, până la o valoare $-H_c$ numită *câmp coercitiv*.

Continuându-se variația câmpului inductor până la $-H_{max}$ și înapoi până la $+H_{max}$, se parcurge o curbă închisă numită *ciclu de histerezis magnetic*. După 4 – 5 parcurgeri ale ciclului acesta începe să fie parcurs în mod identic - se spune că *ciclu de histerezis s-a stabilizat*.

6.2.3. Criterii de calitate pentru materialele feromagnetice

Calitatea unui material feromagnetic este apreciată după următoarele criterii:

- forma ciclului de histerezis;
- curba de magnetizare, care este curba medie a ciclului, media făcându-se pe abscise;
- *permeabilitatea magnetică inițială*, calculată în porțiunea liniară a curbei de magnetizare;

- *permeabilitatea maximă*, calculată ca pantă a dreptei ce trece prin origine și este tangentă la curba de magnetizare (dreapta OA – fig. 6.4)

- inducția remanentă;
- câmpul coercitiv.

În funcție de aceste criterii, materialele feromagnetice se clasifică în *materiale magnetice moi*, care se magnetizează și se demagnetizează ușor, având ciclul de histerezis îngust și câmp coercitiv mic ($\approx 80\text{A/cm}$) și *materiale magnetice dure*, cu ciclul de histerezis larg, cu câmp coercitiv mare ($\approx 4000\text{A/cm}$), care se magnetizează și se demagnetizează greu.

Materialele magnetice moi (tabelul 6.1) au permeabilități foarte mari, datorită câmpului coercitiv mic, își pierd practic complet magnetismul la încetarea acțiunii câmpului exterior* și sunt utilizate la fabricarea circuitelor magnetice ale mașinilor, aparatelor și transformatoarelor electrice.

Tabelul 6.1

Materialul	Permeabilitatea relativă		Inducție remanentă B_r Wb/m ²	Câmp coercitiv H_c A/m
	Inițială	Maximă		
Fier pur (tratat cu hidrogen)	25000	250000	1,4	4
Tablă silicioasă (4% Si)	500	7000	1,8	40
Permalloy (78,5%Ni; 21,5%Fe)	10000	50000	0,6	4
Supermalloy (79%Ni; 15%Fe; 5%Mo; 5%Mn)	100000	300000	0,6	0,4
Ferită de mangan și zinc	2000	3000	0,15	10

Fierul pur, obținut pe cale electrolică, prezintă calități magnetice foarte ridicate. În general adăsurile și tratamentele termice și mecanice reduc aceste calități: oțelul conținând peste 0,9% carbon devine prin călire rapidă material magnetic dur cu ciclul de histerezis larg. Recoacerea îngustează ciclul de histerezis; tolele de oțel prin încălzire îndelungată își reduc permeabilitatea iar pierderile prin histerezis cresc; manganul produce micșorarea inducției remanente dar mărește câmpul coercitiv; siliciul în proporție de 4 – 5% micșorează câmpul coercitiv, pierderile prin histerezis și, datorită creșterii rezistenței ohmice a oțelului, reduce și pierderile prin curenți turbionari.

Materialele magnetice dure (tabelul 6.2) au inducție remanentă mare și permeabilități mici. Ele se utilizează la confecționarea magneților permanenți utilizați la micromotoare, transformatoare de foarte mică putere, la confecționarea memoriilor. Cifra de calitate a materialului magnetic dur este valoarea maximă a produsului BH , mărime proporțională cu energia localizată în unitatea de volum a câmpului.

Tabelul 6.2

Materialul	Permeabilitatea relativă inițială	Inducție remanentă B_r Wb/m ²	Câmp coercitiv H_c Asp/m
Oțel (cu 1%C)	40	0,7	5000
Oțel crom, Oțel wolfram	30	1,1	5000
Alnico I (12%Al; 20%Ni; 5%Co; 63%Fe)	4	0,73	34000
Oerstit 900 (20%Ni; 30%Co; 20%Ti; 30%Fe)	3	0,55	65000
Aliaj Platină-Cobalt (77%Pt; 23%Co)	1	0,45	260000
Ferită de bariu	1	0,2 ... 0,4	100000 ... 250000

*Pierderea magnetismului nu este datorată unei inducții remanente reduse, ci câmpului coercitiv mic. Expresia des folosită "fier fără remanență" este eronată.

6.3. Teoremele circuitelor magnetice

Relațiile fundamentale care modelează fenomenele circuitelor magnetice sunt *legea circuitului magnetic* și *legea fluxului magnetic*. În regim staționar și –în anumite condiții– în regim cvasistaționar, consecințe ale acestor legi sunt teoremele lui Ohm și Kirchhoff pentru circuitele magnetice, al căror nume este atribuit prin analogie, datorită corespondenței duale cu legea lui Ohm și teoremele lui Kirchhoff din circuitele electrice.

6.3.1 Teorema lui Ohm extinsă la circuitele magnetice

Se consideră un tub de flux magnetic (fig. 6.5). Alegându-se elemente de arie \overline{dA} orientate omoparalel cu elementul de arc \overline{dl} al axei C a tubului de flux, expresia tensiunii magnetice între două puncte 1 și 2 ale curbei C ia forma:

$$U_{m12} = \int_1^2 \overline{H} \cdot \overline{dl} = \int_1^2 \frac{\overline{B}}{\mu} \overline{dl} = \int_1^2 \frac{\overline{B} \cdot \overline{A}}{\mu A} dl = \Phi_f \int_1^2 \frac{dl}{\mu A}, \quad (6.1)$$

unde $\Phi_f = \overline{B} \cdot \overline{A}$ este fluxul fascicular, același prin orice secțiune transversală a tubului.

Mărimea pozitivă, definită de raportul dintre tensiunea magnetică U_{m12} și fluxul fascicular Φ_f se numește *reluctanță* sau *rezistență magnetică* a porțiunii de tub (a porțiunii neramificate de circuit magnetic):

$$R_{m12} = \frac{U_{m12}}{\Phi_f} > 0 \text{ în } \left[\frac{A}{Wb} \right] \text{ sau } \left[\frac{1}{H} \right] \quad (6.2)$$

Din relația (6.1) rezultă expresia reluctanței:

$$R_{m12} = \int_1^2 \frac{dl}{\mu A}, \quad (6.3)$$

iar dacă pe porțiunea de circuit aria secțiunii și permeabilitatea sunt constante atunci:

$$R_m = \frac{l}{\mu A}. \quad (6.4)$$

Mărimea pozitivă egală cu raportul dintre fluxul fascicular Φ_f și tensiunea magnetică U_{m12} se numește *permeanță a circuitului*:

$$\Lambda = \frac{\Phi_f}{U_{m12}} = \frac{1}{R_{m12}} > 0 \text{ în } \left[\frac{Wb}{A} \right] \text{ sau } [H]. \quad (6.5)$$

Relațiile:

$$U_m = R_m \Phi_f \quad (6.6)$$

și

$$\Phi_f = \Lambda U_m, \quad (6.7)$$

sunt numite *relațiile lui Ohm pentru circuite magnetice*, prin analogie cu relațiile lui Ohm pentru circuitele electrice. Tot prin analogie, produsele de forma $R_m \Phi_f$ sunt numite *căderi de tensiune magnetică*.

Se pot alcătui scheme echivalente circuitelor de din figura 6.1 așa cum se procedează în figura 6.6, utilizându-se simboluri

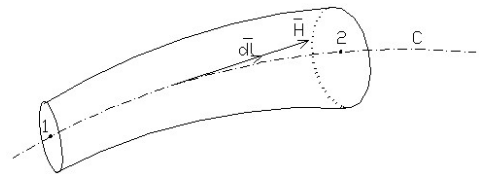


Fig. 6.5

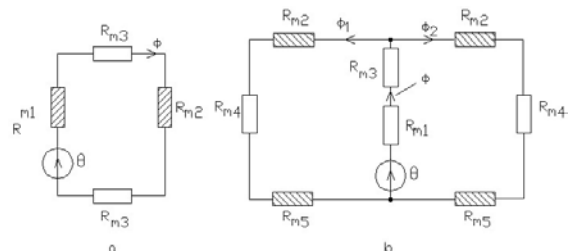


Fig. 6.6

grafice asemănătoare celor din circuitele electrice. Se constată ușor, următoarele corespondențe duale între mărimile din circuitele magnetice și cele din circuitele electrice:

- tensiune electrică $U \rightarrow$ tensiune magnetică U_m ;
- tensiune electromotoare $E \rightarrow$ tensiune magnetomotoare U_m sau solenație θ ;
- intensitate a curentului electric $i \rightarrow$ flux fascicular Φ_f ;
- rezistență electrică $R \rightarrow$ reluctanță R_m ;
- conductanță electrică $G \rightarrow$ permeanță Λ .

6.3.2 Teoremele lui Khirchhoff pentru circuitele magnetice

Teorema I a lui Kirchhoff pentru circuite magnetice. În circuitele magnetice ramificate fluxurile magnetice se ramifică în puncte numite *noduri*. Porțiunea de circuit cuprinsă între două noduri, de-a lungul căreia fluxul fascicular este constant, se numește *latură*. O succesiune închisă de laturi alcătuiește un *ochi* sau *buclă*.

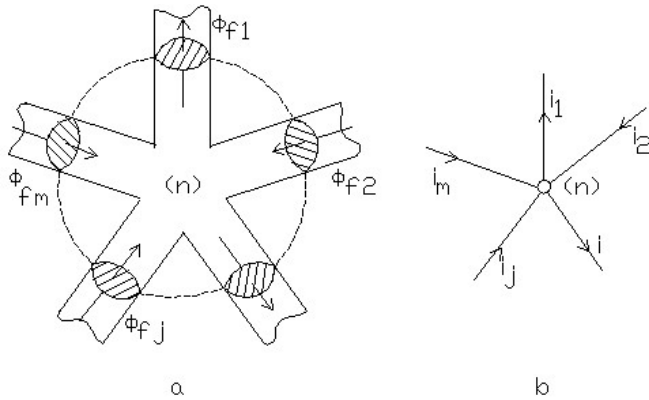


Fig. 6.7

Din legea fluxului magnetic aplicată suprafeței Σ care închide nodul magnetic din figura 6.7a se obține relația:

$$\Phi_{\Sigma} = \Phi_{f1} + \Phi_{f2} + \dots + \Phi_{fn} = 0,$$

adică:

$$(6.8) \quad \sum_{k=1}^n \Phi_{fk} = 0,$$

numită *teorema I a lui Khirchhoff* pentru circuite magnetice, prin analogie

cu relația $\sum_{k=1}^n i_k = 0$ care se scrie cu

referire la nodul unei rețele electrice

(fig. 6.7b).

Suma (6.8) este și aici o sumă algebrică. Se consideră pozitive fluxurile al căror sens se asociază cu sensul normalei la suprafața Σ (fluxurile care ies din nod) și negative, celelalte.

Teorema a II-a a lui Kirchhoff pentru circuite magnetice. Se consideră un ochi de circuit magnetic (fig. 6.8a) a cărei axă va fi conturul cu referire la care se scrie legea circuitului magnetic, adoptându-se un sens de scriere care va fi *sensul de parcurgere al buclei*:

$$(6.9) \quad U_{m\Gamma} = \oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{k=1}^n \theta_k,$$

sau

$$(6.10) \quad \sum_{k=1}^n U_{mk} = \sum_{k=1}^n \theta_k,$$

unde U_{mk} sunt tensiunile magnetice (magnetomotoare) ale laturilor iar θ_k sunt solenațiile acestora.

Ținându-se seama de relația (6.6) se mai poate scrie:

$$(6.11) \quad \sum_{k=1}^n R_{mk} \Phi_{fk} = \sum_{k=1}^n \theta_k.$$

Relația (6.11) este similară cu relația

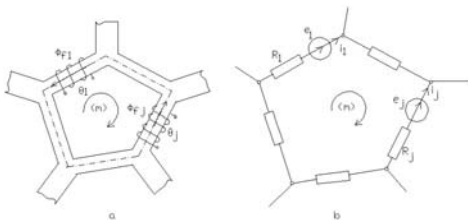


Fig. 6.8

$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n R_k I_k$ din teoria circuitelor electrice în regim staționar (fig. 6.8b) și este numită, prin analogie, *teorema a II-a a lui Kirkhhoff pentru circuite magnetice*.

Sumele din relația (6.11) sunt, evident, sume algebrice în care produsele $R_{mk} \Phi_{fk}$ sunt pozitive pentru fluxurile al căror sens coincide cu sensul de parcurgere al buclei, iar solenațiile θ_k sunt de asemenea pozitive dacă sensul lor se asociază cu sensul de parcurgere după regula burghiului drept.

Tensiunea magnetică între două puncte ale unui circuit magnetic. Pentru a se calcula tensiunea magnetică U_{m12} , prin aer, între punctele 1 și 2 ale circuitului magnetic din figura 6.9, se consideră ochiul –trasat prin aer de la 1 la 2– care se închide apoi prin laturile circuitului. Teorema a II-a a lui Kirkhhoff conduce la:

$$\sum_k \theta_k = \sum_k R_{mk} \Phi_{fk} - U_{m12},$$

de unde:

$$U_{m12} = \sum_k (R_{mk} \Phi_{fk} - \theta_k). \quad (6.12)$$

Teoremele reluctanțelor echivalente. Reluctanța echivalentă între două puncte ale unui circuit magnetic (fără solenații pe laturi) este egală cu raportul între tensiunea magnetică dintre cele două puncte și fluxul fascicular ce intră prin punctul 1 și iese prin punctul 2:

$$R_{me} = \frac{U_m}{\Phi_f}. \quad (6.13)$$

Reluctanța echivalentă a n laturi în serie (fig. 6.10) se calculează ținând seama că fluxul este același prin toate laturile și că tensiunea magnetică între punctele 1 și 2 este egală cu suma tensiunilor magnetice ale laturilor. Există relațiile:

$$U_{m12} = R_{m1} \Phi_f + R_{m2} \Phi_f + \dots + R_{mn} \Phi_f,$$

unde:

$$U_{m12} = R_{me} \Phi_f$$

și rezultă:

$$R_{me} = \sum_{k=1}^n R_{mk}. \quad (6.14)$$

Prin urmare, *reluctanța echivalentă a n laturi în serie este egală cu suma reluctanțelor laturilor*.

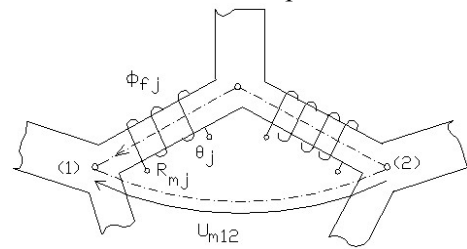


Fig. 6.9

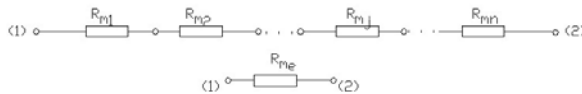


Fig. 6.10

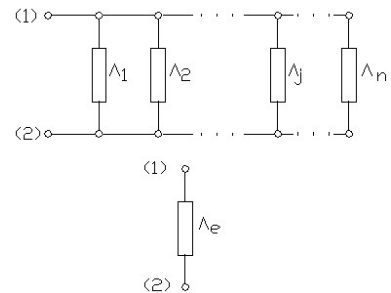


Fig. 6.11

Reluctanța echivalentă a n laturi în paralel (fig. 6.11) rezultă din aplicarea teoremei I a lui Kirchhoff la nod și, ținându-se seama că tensiunea magnetică este aceeași pentru toate laturile se obține:

$$\Phi_f = \Phi_{f1} + \Phi_{f2} + \dots + \Phi_{fn},$$

sau:

$$\frac{U_{m12}}{R_{me}} = \frac{U_{m12}}{R_{m1}} + \frac{U_{m12}}{R_{m2}} + \dots + \frac{U_{m12}}{R_{mn}},$$

de unde:

$$\frac{1}{R_{me}} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}} + \dots + \frac{1}{R_{mn}},$$

adică:

$$(6.15) \quad \frac{1}{R_{me}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_{mk}},$$

sau:

$$(6.16) \quad \Lambda_e = \sum_{k=1}^n \Lambda_k.$$

Aici permeanța echivalentă este egală cu suma permeanțelor.

Condiția de dispersie magnetică nulă a unui circuit magnetic. Se pune problema repartiției solenației în lungul circuitului magnetic din figura 6.12 astfel ca dispersia magnetică să fie nulă.

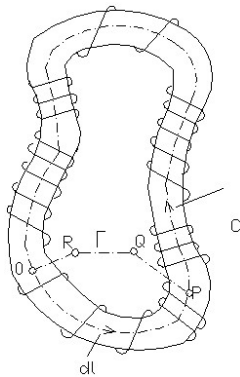


Fig. 6.12

Se alege pe linia mijlocie a circuitului, având lungimea l , un punct de origine O de la care se măsoară pe curbă lungimea s , la capătul căreia se stabilește punctul P . Se formează un contur închis Γ cu segmentul de curbă OP , segmentele de dreaptă PQ și RO –normale pe liniile de câmp– și segmentul de curbă QR trasat arbitrar prin aer. Tensiunea magnetică de-a lungul curbei Γ este:

$$U_{m\Gamma} = \int_O^P \overline{H} \cdot d\overline{l} + \int_P^Q \overline{H} \cdot d\overline{l} + \int_Q^R \overline{H} \cdot d\overline{l} + \int_R^O \overline{H} \cdot d\overline{l} = \theta(s),$$

în care $\theta(s)$ este solenația înlănțuită de curba Γ și care este o funcție de coordonata s iar ultimele trei integrale sunt nule: segmentele PQ și RO sunt normale pe liniile de câmp iar pe porțiunea QR s-a presupus dispersia nulă.

Notându-se cu $R_m(s)$ reluctanța porțiunii OP rezultă:

$$R_m(s)\Phi_f = \theta(s),$$

iar pentru $s = l$:

$$R_m(l)\Phi_f = \theta(l).$$

Raportându-se membru cu membru cele două relații rezultă că dispersia magnetică a unui circuit magnetic se anulează dacă solenația se repartizează în lungul circuitului proporțional cu reluctanța:

$$(6.17) \quad \frac{\theta(s)}{\theta(l)} = \frac{R_m(s)}{R_m(l)}.$$

Pentru circuitul magnetic omogen și de reluctanță constantă condiția este îndeplinită dacă solenația este repartizată uniform.

Teoremele generale ale teoriei rețelelor magnetice. Analogia dintre teoremele lui Kirchhoff pentru circuitele magnetice și teoremele lui Kirchhoff pentru circuitele electrice permite

să se stabilească în teoria rețelelor magnetice, teoreme analoge celor din teoria rețelelor electrice de curent continuu: *teorema superpoziției*, *teorema reciprocității*, *teorema Helmholtz -Thevenin*, *teorema fluxurilor de ochiuri* etc (v. cap8). Ele vor fi însă valabile pentru circuitele magnetice liniare (cu $\mu = \text{const.}$), adică pentru circuite magnetice nesaturate și ale căror laturi nu prezintă dispersii.

6.4. Calculul circuitelor magnetice

Calculul unui circuit magnetic constă în a determina solenația care produce un anumit flux magnetic sau fluxul magnetic produs de o anumită solenație. El se face adesea în ipoteze simplificatoare care neglijează fluxul de dispersie și care presupun fluxul fascicular repartizat uniform în secțiune. Aceste ipoteze revin la a considera vectorii \vec{B} și \vec{H} ca fiind aceeași în oricare punct al unei secțiuni transversale pe axa circuitului magnetic și orientați omoparalel cu normala la secțiunea respectivă.

6.4.1. Calculul circuitelor magnetice liniare

Sunt considerate liniare acele circuite magnetice a căror permeabilitate magnetică este constantă. În această categorie putem include și circuitele confecționate din materiale feromagnetice dacă punctul lor de funcționare rămâne întotdeauna în zona liniară a curbei de magnetizare. Dacă este cunoscută geometria circuitului și permeabilitatea, ecuațiile (6.6), (6.8), (6.11), (6.14) și (6.15) sunt cele necesare rezolvării oricărui circuit serie sau ramificat.

6.4.2 Calculul circuitelor magnetice neliniare

Practic, circuitele magnetice sunt executate din materiale feromagnetice a căror permeabilitate nu este constantă, punctul de funcționare intrând în zona cotului de saturație. Permeabilitatea fiind dependentă de intensitatea câmpului magnetic materialele sunt neliniare, iar circuitele magnetice respective sunt circuite neliniare.

Ecuatiile circuitelor neliniare sunt tot ecuațiile lui Ohm și Kirchhoff pentru circuite magnetice:

$$\sum_{k \in (m)} \Phi_{fk} = 0; m = 1, 2, \dots, N - 1, \quad (6.18)$$

$$\sum_{k \in (p)} \theta_k = \sum_{k \in (p)} U_{mk}; p = 1, 2, \dots, L - N + 1,$$

numai că tensiunea magnetică a laturii nu mai poate fi exprimată prin produsul dintre fluxul fascicular și reluctanță, reluctanța ne mai fiind constantă.

Dependența $U_{mk} = f(\Phi_{fk})$, numită *caracteristică magnetică a laturii* se determină experimental cu ajutorul curbei de magnetizare a materialului (fig. 6.13): pentru fiecare porțiune omogenă de lungime l și secțiune constantă de arie A , considerându-se fluxul repartizat uniform în secțiune, se înmulțesc ordonatele cu secțiunea iar abscisele cu lungimea porțiunii de circuit, obținându-se diagrama care are în ordonate fluxul fascicular și în abscise tensiunea magnetică (fig. 6.14) conform relațiilor:

$$U_m = \int_1^2 \vec{H} \cdot \vec{dl} = Hl \quad (6.19)$$

și

$$\Phi_f = \iint \vec{B} \cdot \vec{dA} = BA. \quad (6.20)$$

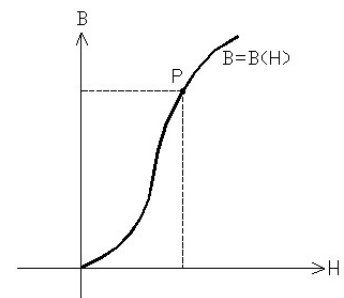


Fig. 6.13

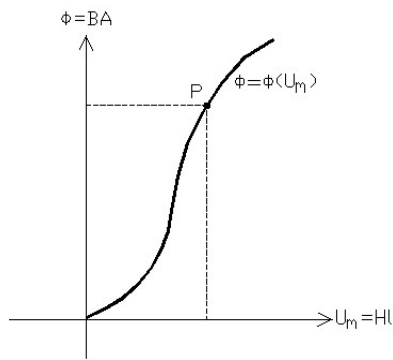


Fig. 6.14

Din acest moment, calculul poate decurge după metode grafo – analitice sau numerice.

Presupunându-se cunoscute dimensiunile geometrice ale circuitelor și curbele de magnetizare se pot efectua calculele de circuite magnetice în cele două cazuri la care ne-am referit mai sus:

a) *se cunosc fluxurile magnetice în laturile circuitului și trebuie determinate solenațiile.* Se deduc valorile inducțiilor din relații de forma $B = \Phi_f / A$ iar din curba de magnetizare rezultă valorile H corespunzătoare. Scriindu-se apoi teorema a II-a a lui Kirchhoff pe contururile închise ale ochiurilor se obțin ecuațiile necesare determinării solenațiilor;

b) *se cunosc solenațiile și trebuie determinate fluxurile magnetice în diverse laturi ale circuitului.* Utilizându-se curbele $U_{mk} = f(\Phi_{fk})$ sub formă grafică, tabelară sau aproximată polinomial și relațiile (6.18), se determină din aproape în aproape caracteristici magnetice echivalente unor structuri ale circuitelor și caracteristica magnetică echivalentă întregului circuit, caracteristici cu ajutorul căroră, cunoscându-se solenațiile, se determină fluxurile.

6.4.3. Definitivarea calculului solenațiilor

Valoarea θ a solenației rezultate din calculul circuitului magnetic reprezintă produsul dintre intensitatea necesară a curentului prin bobină și numărul de spire. Ecuația $Ni = \theta$ fiind o ecuație cu două necunoscute, explicitarea celor doi factori din primul membru necesită găsirea secțiunii potrivite a conductorului, care trebuie înfășurat în fereastra de dimensiuni date, pentru a se obține amperspirele necesare la tensiunea dată. Procedeeul este următorul:

- se presupune un coeficient de umplere $k < 1$ astfel că aria secțiunii bobinei fiind A , secțiunea conductorului va fi, în principiu, kA / N unde N este numărul de spire ;

- rezistența electrică a bobinei va fi:

$$(6.21) \quad R = N\rho \frac{l_m}{kA} = \rho \frac{N^2 l_m}{kA},$$

în care l_m este lungimea medie a spirei;

- se impune tensiunea electrică U la bornele înfășurării și se exprimă rezistența R prin relația:

$$(6.22) \quad R = \frac{U}{I} = \frac{UN}{\theta};$$

- eliminând R între relațiile (6.21) și (6.22) rezultă numărul de spire:

$$(6.23) \quad N = U \frac{kA}{\rho \theta l_m};$$

- diametrul conductorului va rezulta din relația:

$$(6.24) \quad s = \frac{kA}{N} = \rho \frac{\theta l_m}{U} = \frac{\pi d^2}{4};$$

- se alege conductorul având diametrul sârmei cu valoare apropiată celei ce rezultă din (6.24) și, în funcție de diametrul exterior (care ține seama de grosimea izolației conductorului), se calculează numărul de straturi care trebuie să fie un număr întreg. Pentru a-l obține se face corelarea între înălțimea straturilor și diametrul exterior al bobinei. Ținându-se seama și de grosimea izolației exterioare și de dimensiunile suportului (*mosorului*) pe care se face înfășurarea, se verifică accesul bobinei în spațiul dat (în așa zisa *fereastră* a circuitului magnetic);

- se calculează căldura dezvoltată prin efect Joule în înfășurare:

$$P = RI^2 = \rho \frac{l_m}{kA} \theta^2 \quad (6.25)$$

și se verifică încadrarea temperaturii de regim a bobinei în valoarea maximă admisă.

6.4.4. Calculul circuitelor cu magneți permanenți

Magneții permanenți sunt utilizați pentru producerea unei inducții magnetice într-un întrefier de dimensiuni date. Studiul circuitelor magnetice cu magneți permanenți, în care rolul amperspirelor magnetizante este îndeplinit de magnetul permanent, este asemănător cu acela al electromagneților, înlocuind solenația θ cu produsul HI .

Din ecuațiile fundamentale ale magnetostaticii (5.12), (5.13), (5.14):

$$\text{rot} \bar{H} = \bar{0}, \quad (5.12)$$

$$\text{div} \bar{B} = 0 \quad (5.13)$$

și

$$\bar{B} = \mu \bar{H} + \mu_0 \bar{M}_p, \quad (5.14)$$

se pot trage următoarele concluzii:

a) ecuația (5.12) sub formă integrală se scrie:

$$\oint_{\Gamma} \bar{H} \cdot d\bar{l} = 0. \quad (6.26)$$

Circulația intensității câmpului magnetic pe orice curbă închisă fiind nulă, rezultă că în condiții magnetostatice ($\bar{J} = 0$ și $\frac{d\Psi}{dt} = 0$) se poate defini un potențial magnetostatic V_m astfel încât:

$$\bar{H} = -\text{grad} V_m, \quad (6.27)$$

cu

$$V_m(\bar{r}) = V_m(\bar{r}_0) - \int_{r_0}^r \bar{H} \cdot d\bar{l}. \quad (6.28)$$

Prin urmare, câmpul magnetostatic este un câmp potențial. Ecuația (6.26) este numită *teorema potențialului magnetostatic*;

b) din ecuațiile (5.13) și (5.14) se obține, aplicându-se divergența celei de a doua ecuații:

$$\text{div} \bar{H} = -\text{div} \bar{M}, \quad (6.29)$$

din care rezultă că pentru a stabili un câmp magnetostatic, în condițiile în care nu există magnetizație temporară stabilită de un câmp magnetic exterior, este nevoie de magnetizație permanentă, adică de *magneți permanenți*;

c) dacă se scrie ecuația (6.26) pe o curbă ce coincide cu o linie de câmp, (fig. 6.15), având în exteriorul magnetului $\int \bar{H} \cdot d\bar{l} > 0$, rezultă că în interior trebuie să avem $\int \bar{H} \cdot d\bar{l} < 0$. Câmpul magnetic propriu al magnetului permanent în punctele din interior este deci un *câmp demagnetizant*.

Câmpul demagnetizant se notează cu \bar{H}_d . El are sens opus magnetizării corpului în interiorul lui și tinde să-l demagnetizeze. De aceea pe ciclul de histerezis punctul de funcționare nu are coordonatele $(H = 0, B = B_r)$ ci coordonatele $(H = H_d < 0, B < B_r)$, fiind situat în cadranul al doilea.

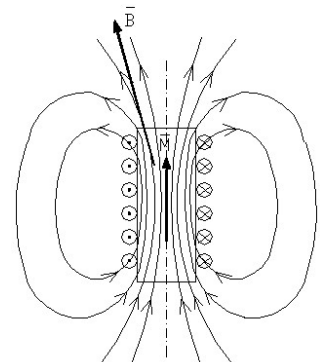


Fig. 6.15

Conform ecuației (6.29) vectorii \overline{H}_d și \overline{M} ar trebui să fie antiparaleli iar inducția \overline{B}_i în interiorul magnetului omoparalelă cu \overline{H}_d . În general însă, în funcție de forma magnetului, liniile de câmp ale lui \overline{B}_i și \overline{H}_d nu coincid. Raportul componentelor celor doi vectori după direcția de versor \overline{u}_v :

$$(6.30) \quad k_{dv} = \frac{B_{iv}}{H_{dv}},$$

se numește *factor de demagnetizare*.

Deoarece materialele din care se confecționează magneții permanenți sunt costisitoare, numai o mică porțiune a circuitului va fi constituită din magnet permanent iar jugurile vor fi confecționate din fier moale. De aceea, stabilirea condițiilor în care un material de magnet permanent, de volum dat, este utilizat eficient în circuitul magnetic, constituie una din problemele calculului circuitelor cu magneți permanenți.

Indicele de calitate al magneților permanenți este valoarea maximă a produsului BH ($B = B_i; H = H_d$). La valori date ale volumului întrefierului și la valori date ale inducției în întrefier volumul materialului magnetului permanent va fi minim dacă produsul $B_i H_d$ este maxim. Într-adevăr, fie circuitul magnetic din figura 6.16 în care, legea fluxului magnetic și legea circuitului magnetic ne furnizează relațiile:

$$(6.31) \quad B_e A_e = B_i A_i,$$

respectiv,

$$(6.32) \quad H_d l_i + H_e l_e = 0,$$

în care B_e și B_i sunt inducțiile magnetice medii în întrefier și respectiv în magnet, A_e și A_i sunt ariile secțiunilor utile ale întrefierului, respectiv magnetului, l_e și l_i sunt lungimile porțiunilor curbei Γ cuprinse în întrefier și respectiv în magnet.

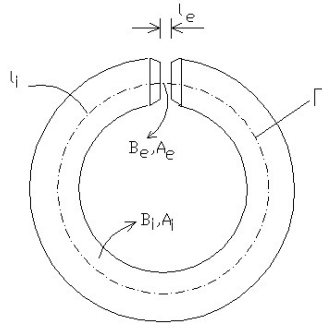


Fig. 6.16

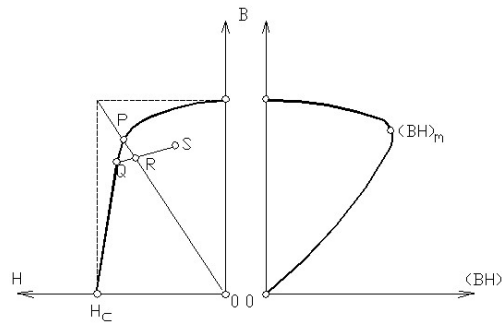


Fig. 6.17

Dacă se înmulțesc, membru cu membru, ultimile două ecuații și se ține seama că $A_e l_e = v_e$ și $A_i l_i = v_i$ sunt valorile volumelor întrefierului și magnetului și notându-se $B_e = \mu_e H_e$, se obține relația:

$$(6.33) \quad v_i = -v_e \frac{\mu_e H_e^2}{B_i H_d},$$

din care rezultă că v_i este minim atunci când produsul de la numitorul fracției este maxim.

Curba $B = f(H)$ a materialului pentru magneți permanenți se poate aproxima cu relația:

$$(6.34) \quad B = \frac{H + H_c}{\frac{H}{B_s} + \frac{H_c}{B_r}},$$

în care H_c este câmpul coercitiv, B_r – inducția remanentă, B_s – inducția la saturație (fig. 6.17).

Derivata produsului BH , obținut prin multiplicarea cu H a relației (6.34), se anulează pentru:

$$H_m = H_c \frac{B_s}{B_r} \left(\sqrt{1 - \frac{B_s}{B_r}} - 1 \right). \quad (6.35)$$

Introducând H_m cu expresia (6.35) în (6.34) se obține:

$$B_m = -B_s \left(\sqrt{1 - \frac{B_s}{B_r}} - 1 \right). \quad (6.36)$$

Raportarea membru cu membru a ecuațiilor (6.35) și (6.36) va conduce, în continuare, la relația:

$$\frac{B_m}{H_m} = -\frac{B_r}{H_c}, \quad (6.37)$$

de unde deducem că punctul P corespunzător valorii maxime a produsului BH se află la intersecția curbei $B = f(H)$ cu diagonala ce trece prin origine, a dreptunghiului cu laturile B_r și H_c (fig. 6.17).

Pentru a se determina l_i și A_i cunoscându-se caracteristicile materialului pentru magnet, B_r , H_c și $(BH)_m$, la valori date pentru l_e și A_e , se procedează astfel:

- din raportul ecuațiilor (6.31) și (6.32) se deduce:

$$\frac{B_i}{H_d} = -\mu_0 \frac{l_i A_e}{l_e A_i}, \quad (6.38)$$

relație valabilă și pentru $B_i = B_r$ și $H_d = H_c$;

- în acord cu relația (6.37) rezultă:

$$\frac{B_m}{H_m} = \mu_0 \frac{l_i A_e}{l_e A_i}; \quad (6.39)$$

- din ecuațiile (6.34), (6.37) și (6.39) rezultă încă:

$$l_i = l_e H_c \sqrt{\frac{B_r}{H_c (BH)_m}} \quad \text{și} \quad A_i = \mu_0 A_e H_c \sqrt{\frac{H_c}{B_r (BH)_m}} \quad (6.40)$$

6.4.5. Circuite cu scăpări de flux

Calculul circuitelor magnetice se complică atunci când fluxul de scăpări nu mai poate fi neglijat.

De exemplu, pentru circuitul magnetic în formă de U din figura (6.18) fluxul util este acela care de închide prin porțiunile considerate utile ale circuitului și care străbate întrefierul util. Acele linii de câmp care se închid total sau parțial prin aer constituie, după cum s-a mai precizat, fluxul de dispersie sau de scăpări.

Se cuvine însă, să se deosebească două aspecte în ceea ce privește fluxul de dispersie: o componentă a acestuia (numită *flux real de dispersie*), corespunde liniilor de câmp care, după un parcurs în aer, pătrunzând în întrefierul util, participă la lucrul mecanic efectuat de armătura electromagnetului; o alta (numită *flux marginal*), corespunde liniilor de câmp ce nu ajung în întrefierul util și care poate fi într-adevăr neglijată.

Se ajunge astfel la necesitatea determinării precise a fluxului în diferitele porțiuni ale circuitului iar pentru aceasta se utilizează metodele de analiză numerică a câmpului magnetic cvasistaționar

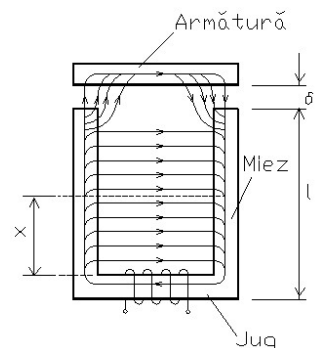


Fig. 6.18

6.5. Aplicații

În continuare sunt prezentate, ca aplicații, două metode însă aproximative –utilizate în practică– pentru problema din figura 6.18 considerată suficient de sugestivă pentru înțelegerea modului în care pot fi abordate, în mod simplificat, asemenea probleme.

6.5.1. Circuit echivalent cu reluctanțe concentrate

Se împarte circuitul în porțiuni presupuse de reluctanță constantă și străbătute de flux constant, circuitul echivalent celui din figura 6.18 fiind acela din figura 6.19 care conține reluctanțe concentrate. Fluxul principal Φ_δ se închide prin întrefierul util iar fluxurile de scăpări se închid între coloane.

Cu notațiile din figura 6.19 și presupunând fluxul în armătură $\Phi_a = \Phi_\delta$, cu ajutorul teoremelor lui Kirchhoff pentru circuite magnetice se stabilesc relațiile:

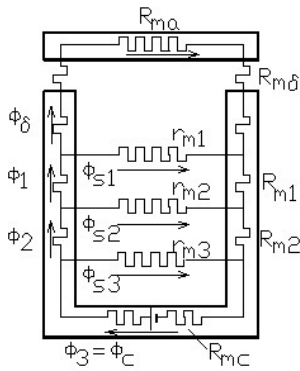


Fig. 6.19

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_\delta + \Phi_{s1}; \\ \Phi_{s1} &= \Phi_\delta \frac{R_{ma} + 2R_{m\delta}}{r_{m1}}; \\ \Phi_2 &= \Phi_1 + \Phi_{s2}; \\ \Phi_{s2} &= \frac{2\Phi_1 R_{m1} + \Phi_{s1} r_{m1}}{r_{m2}}; \\ \Phi_3 &= \Phi_c = \Phi_2 + \Phi_{s2}; \\ \Phi_{s3} &= \frac{2\Phi_2 R_{m2} + \Phi_{s2} r_{m2}}{r_{m3}}; \\ U_{m\delta} &= \Phi_\delta (R_{ma} + 2R_{m\delta}); \\ U_{m1} &= 2\Phi_1 R_{m1};\end{aligned}$$

$$U_{m2} = 2\Phi_2 R_{m2};$$

$$U_{mc} = \Phi_c R_{mc};$$

$$\theta = Iw = U_{m\delta} + U_{m1} + U_{m2} + U_{mc} = \sum \Phi_i R_{mi},$$

în care: Iw – este solenația circuitului magnetic, Φ_i – fluxul porțiunii i a circuitului magnetic și R_{mi} – reluctanța porțiunii i .

Reluctanțele diferitelor porțiuni ale miezului se calculează cu relația:

$$R_{mi} = \frac{\Delta l_i}{\mu S_i},$$

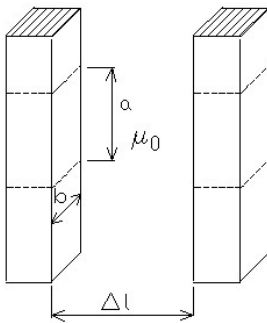


Fig. 6.20

în care Δl_i este lungimea porțiunii de circuit, S_i – aria secțiunii iar μ – permeabilitatea materialului presupusă constantă deoarece, de regulă, electromagneții de acest tip sunt dimensionați pentru a funcționa în porțiunea liniară a caracteristicii de magnetizare.

Calculul reluctanțelor căilor fluxului prin aer ($R_{m\delta}, r_{mi}$) utilizează aceeași relație ca mai sus, în care $\mu = \mu_0$ iar aria secțiunii este $S = ab$ (fig. 6.20).

Prin această metodă se rezolvă direct problema în care se dă fluxul în întrefier și se cere solenația necesară. Problema inversă se va

$$\Phi_{\delta} = \frac{U_{m0}}{\left(\frac{1}{\Lambda_{\delta}} + \frac{1}{\Lambda_a}\right) \text{ch}\gamma l + \frac{\gamma}{\Lambda_u} \text{sh}\gamma l},$$

în care:

U_{m0} este tensiunea magnetică între coloane pentru $x = 0$;

Λ_{δ} – permeanța întrefierului;

Λ_a – permeanța armăturii;

Λ_u – permeanța fluxului de scăpări, socotită pe o secțiune având latura în lungul coloanelor egală cu unitatea;

Λ_j – permeanța jugului;

r_{mm} – reluctanța miezului pe unitatea de lungime;

R_{mj} – reluctanța jugului;

$R_{m\Delta}$ – reluctanța întrefierului la îmbinarea coloanelor cu jugul;

S – aria secțiunii miezului;

Φ_x – fluxul într-o secțiune a miezului la distanța x de jug;

Φ_{δ} – fluxul în întrefier.

Dacă:

$$r_{mm} \rightarrow 0, \frac{1}{\Lambda_a} \rightarrow 0 \text{ și } \frac{1}{\Lambda_j} \rightarrow 0,$$

atunci:

$$\Phi_x = Iw[\Lambda_{\delta} + (l-x)\Lambda_u].$$

ii) *Electromagnet în U cu bobina repartizată pe cele două miezuri (Fig. 6.21).*

Fluxul la distanța x de jug are expresia:

$$\Phi_x = \frac{Iw}{lr_{mm}} \left\{ 1 - \frac{A_x[AZ_j + (CZ_j + 1)Z_a] - C_x + Z_j[B + Z_a(A-1)]}{B + A(Z_j + Z_a) + CZ_jZ_a} \right\},$$

în care: $A = \text{ch}\gamma l$, $A_x = \text{ch}\gamma x$, $B = Z_m \text{sh}\gamma l$, $\gamma = \sqrt{r_{mm}\Lambda_u}$, $Z_m = \sqrt{\frac{r_{mm}}{\Lambda_u}}$, $r_{mm} = \frac{1}{\mu S_m}$, $Z_j = \frac{1}{\Lambda_{\Delta}} + R_{mj}$,

$$R_{mj} = \frac{l_j}{\mu S_j}, \quad Z_a = \frac{1}{\Lambda_{\delta}} + R_{ma}, \quad R_{ma} = \frac{l_a}{\mu S_a}.$$

Dacă $Z_j \rightarrow 0$, $r_{mm} \rightarrow 0$ și $R_{ma} \rightarrow 0$, atunci:

$$\Phi_x = Iw \left(\Lambda_{\delta} + \Lambda_u \frac{l^2 - x^2}{2} \right), \quad \Phi_{\delta} = Iw\Lambda_{\delta} \text{ și } \Phi_{sx} = Iw \frac{\Lambda_u x^2}{2l}.$$

Φ_{sx} este fluxul de dispersie la distanța x de jug. Indicii m, a, j, δ sunt atribuiți miezului, armăturii, jugului respectiv întrefierului. Celelalte simboluri au semnificația de la punctul i).